DOI: 10.5007/2175-7941.2012v29nesp2p831

UMA ABORDAGEM CONCEITUAL E FENOMENO-LÓGICA DOS POSTULADOS DA FÍSICA QUÂNTI-CA^{+*}

Alexsandro Pereira de Pereira Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física Instituto de Física – UFRGS Osvaldo Pessoa Jr. Departamento de Filosofia – USP São Paulo – SP Cláudio José de Holanda Cavalcanti Fernanda Ostermann Departamento de Física – UFRGS Porto Alegre – RS

Resumo

No presente trabalho, apresentamos uma discussão sobre os postulados da física quântica a partir de uma "tradução" do formalismo matemático para uma linguagem "operacional" e que envolve uma discussão conceitual e fenomenológica. Os postulados operacionais são ilustrados com a ajuda de uma simulação computacional do interferômetro de Mach-Zehnder.

Palavras-chave: Ensino de Física Quântica. Postulados. Interferômetro virtual de Mach-Zehnder.

831

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

A conceptual and phenomenological approach to the postulates of Quantum Physics

^{*} Recebido: fevereiro de 2012. Aceito: setembro de 2012.

Bolsista do CNPq – Brasil.

Abstract

In this paper, we present a discussion on the postulates of Quantum Mechanics by means of a "translation" of the mathematical formalism to an "operational" language, which involves a conceptual and phenomenological discussion. The operational postulates are illustrated by focusing on a computer simulation of Mach-Zehnder's interferometer.

Keywords: *Quantum Physics teaching. Postulates. Virtual Mach-Zehnder's interferometer.*

I. Introdução

Durante décadas, os estudos na área de ensino de física têm se preocupado sobre como ensinar tópicos de Física Quântica (FQ) no Ensino Médio, de maneira adequada a este nível. Boa parte dos trabalhos vinculados a esses estudos são motivados pela tentativa de superação das dificuldades conceituais e matemáticas associadas com a teoria quântica (obviamente, os estudantes do Ensino Médio não têm conhecimentos matemáticos necessários para o entendimento pleno da FQ, pois seu formalismo matemático é complexo demais para este nível de ensino). Como as dificuldades conceituais são inevitáveis, simplificar a abordagem matemática se tornou uma prioridade (HOEKZEMA *et al.*, 2007). Esforços para apresentar uma estrutura matemática mínima para alunos de nível médio têm sido feitas (POSPIECH, 1999; MICHELINI *et al.*, 2000), e muitas abordagens conceituais para a FQ têm sido descritas (ADAMS, 1998; DOBSON *et al.*, 2000; IRESON, 2000; POSPIECH, 2000; GIANINO, 2008; JOHANSSON; MILSTEAD, 2008; PEREIRA *et al.*, 2009).

Como continuidade a estes trabalhos, propomos, aqui, uma discussão qualitativa sobre os postulados da FQ, dirigido principalmente aos professores de Física de Ensino Médio, mas que pode ser adequada também para alunos de Ensino Superior². Esta abordagem é baseada na formulação canônica da teoria quânti-

<http://omnis.if.ufrj.br/~carlos/download/FisModB_seminarios/SternGerlach/SpinBook02.p df e a simulação em http://www.physics.orst.edu/~mcintyre/ph425/spins/>).



² Nessa linha, existe também um trabalho muito interessante: o trabalho de David McIntyre, da Oregon State Univeristy, que faz uso de simulações de experimentos do tipo Stern-Gerlach (ver o texto em

ca, na qual seis postulados desempenham um papel central. Nosso objetivo é, após uma discussão qualitativa sobre esses postulados e os conceitos principais neles envolvidos, fornecer uma espécie de "tradução" do formalismo quântico como uma proposta no sentido de introduzir o assunto com uma linguagem mais apropriada para os professores do Ensino Médio, na qual os postulados são apresentados em uma base conceitual e fenomenológica. A partir dessa discussão, espera-se que os professores se sintam mais encorajados a elaborar formas de transpô-la para a sala de aula.

Nessa abordagem, em vez de se lidar com espaços de Hilbert, kets, bras e outras entidades matemáticas abstratas, os postulados foram redefinidos em termos de conceitos operacionais que estão mais próximos da realidade física, tais como estado, autoestados, autovalores e observáveis. As noções de superposição, colapso, probabilidade e evolução temporal também estão incluídas. Assim, o formalismo matemático é suavizado e uma discussão qualitativa é apoiada por meio de um software de simulação da interferência quântica. O software aqui envolvido é o interferômetro virtual de Mach-Zehnder (IVMZ), desenvolvido pelo nosso grupo de pesquisa (OSTERMANN et al., 2006; PEREIRA et al., 2009). O IVMZ pode ilustrar a interferência quântica simulando um feixe de luz de intensidade muito baixa (consistindo apenas de um único fóton). Experimentos reais com fótons individuais têm sido realizados desde o início dos anos 1980, em pesquisas avançadas em Física. Algumas versões didáticas desses experimentos já foram desenvolvidas para o nível de graduação (GALVEZ et al., 2005). Infelizmente, os recursos tecnológicos necessários para realizar esses experimentos são muito caros para a maioria das escolas, o que torna quase impossível demonstrar a interferência do fóton único para os alunos mais jovens. Acreditamos que o IVMZ poderia ajudar a preencher esta lacuna.

II. Os postulados da Física Quântica: versão matematizada

Iniciaremos nosso estudo apresentando os seis postulados da FQ apresentados por Cohen-Tannoudji (1977, p. 213-222), expressos no formalismo do espaço de Hilbert, com *bras* e *kets*. Tais postulados são baseados na proposta original de John von Neumann³, publicados em 1932. Os postulados envolvem expressões matemáticas de difícil transposição para o Ensino Médio, mas a nossa finalidade é apresentar, mais para frente, outro conjunto de postulados mais fáceis de compre-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

Ver a obra citada nas referências (VON NEUMANN, 1955).

ender, mesmo que tenham menos rigor matemático. Nossa estratégia é apresentar os postulados de início, para que eles possam ser ilustrados na discussão sobre o interferômetro de Mach-Zehnder.

Primeiro postulado

Em um determinado tempo t_0 , o estado de um sistema físico é definido pela especificação de um ket $|\psi(t_0)\rangle$ pertencente ao espaço ε (espaço dos vetores de estado).

Dado que ε é um espaço vetorial, o primeiro postulado implica um princípio de superposição: uma combinação linear dos vetores de estado é também um vetor de estado.

Segundo postulado

Cada grandeza física mensurável O é descrita por um operador $\hat{\mathbf{0}}$ que atua em ε , e este operador é um observável.

Terceiro postulado

O único resultado possível para a medição de uma grandeza física A é um dos autovalores do seu correspondente observável \widehat{A} .

Quarto postulado

Quando a grandeza física A é medida em um sistema no estado normalizado $|\psi\rangle$, a probabilidade $P(a_n)$ de obter como resultado o autovalor nãodegenerado a_n do correspondente observável $\widehat{\mathbf{A}}$ é

$P(a_n) = |\langle u_n | \psi \rangle|^2$

onde $|u_n\rangle$ é o autovetor normalizado do observável $\widehat{\mathbf{A}}$ associado ao autovalor a_n .

Quinto postulado

Se uma medição da quantidade física A é realizada no sistema que se encontra no estado $|\psi\rangle$, e o resultado é a_n , o estado do sistema imediatamente após a medição é a projeção normalizada de $|\psi\rangle$, no autovetor $|u_n\rangle$ (associado ao autovalor a_n).

de Pereira, A. P. et al.

Sexto postulado

A evolução temporal do vetor de estado $|\psi(t)\rangle$ é descrita pela equação de Schrödinger⁴:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \widehat{\mathbf{H}}(t) |\psi(t)\rangle,$$

onde $\widehat{\mathbf{H}}(t)$ é o observável associado à energia total do sistema, e *i* é o número imaginário $\sqrt{-1}$.

III. O interferômetro de Mach-Zehnder

O interferômetro de Mach-Zehnder é um dispositivo óptico criado independentemente por Ludwig Zehnder (1854-1949) e Ludwig Mach (1868-1951) em torno de 1891-1892. Este dispositivo pode ser usado para demonstrar a interferência da luz por divisão de feixes (TOLANSKY, 1966; NACHMAN, 1995; ZETIE *et al.*, 2000).

No interferômetro de Mach-Zehnder, um feixe de luz que incide pela entrada I é dividido em duas componentes, A e B, por um divisor de feixe BS₁, como mostrado na Fig. 1. Cada uma dessas componentes é refletida por um espelho (a componente A é refletida por M₁ e a componente B por M₂). Além disso, cada uma dessas componentes é subdividida pelo segundo divisor de feixes (BS₂) em duas subcomponentes. As subcomponentes provenientes de caminhos diferentes são superpostas antes de atingirem os detectores D₁ e D₂ (ver Fig. 1). Assumimos que cada espelho de reflexão total causa, no feixe de luz, uma mudança de fase π (HECHT, 2002, p.131), o que corresponde a uma diferença de caminho igual a $\lambda/2$ (onde λ é o comprimento de onda de luz). Em um divisor de feixe simétrico e sem perdas, como o que é mostrado na Fig. 1, a diferença de fase entre o raio refletido e o transmitido é $\pi/2$ (DEGIORGIO, 1980; ZEILINGER, 1981; HOLBROW *et al.*, 2002), o que corresponde a uma diferença de caminho igual a $\lambda/4$.

No detector D_3 , ambos os feixes de luz envolvidos são refletidos duas vezes (a componente A por M_1 e BS₂, a componente B por BS₁ e M₂), o que faz com que eles permaneçam em fase, interferindo construtivamente. No detector D_4 a componente B é refletida três vezes (por BS₁, M₂ e BS₂), enquanto que a compo-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

⁷ Obviamente a equação de Schrödinger não pode ser usada para descrever a evolução temporal de estados de objetos quânticos relativísticos como os fótons. Portanto, esse postulado não será enfatizado nos exemplos utilizados.



Fig. 1 – Ilustração do interferômetro de Mach-Zehnder. Os divisores de feixe BS_1 e BS_2 são, por hipótese, simétricos e sem perdas. No braço A e no braço B do interferômetro podem ser colocados detectores (D_1 e D_2 , respectivamente). Também podem ser colocados detectores nas portas de saída rotuladas como 1 e 2 (D_3 e D_4 , respectivamente).

nente A é refletida apenas uma vez (por M₁). Como resultado, a mudança de fase no feixe de luz é de 2π para o componente B e π para a componente A. Assim, a diferença de fase entre elas é π (correspondendo a uma diferença de caminho igual a $\lambda/2$), ou seja, interferem destrutivamente. Como consequência dessa configuração, se o divisor de feixe for cinquenta por cento refletor (e, portanto, cinquenta

de Pereira, A. P. et al.

por cento transmissor), toda a energia do feixe de luz incide em D_3 e nada é detectado em D_4 .

Como já argumentado anteriormente (OSTERMANN et al., 2006; PEREIRA et al., 2009), o IVMZ pode ser uma poderosa ferramenta para a discussão de conceitos fundamentais da FQ, tanto que o interferômetro de MZ tem sido utilizado por muitos autores como ponto de partida para tal (PESSOA JR., 1997; ADAMS, 1998; SCARANI, 1998; HOLBROW et al., 2002; MÜLLER; WIESNER, 2002; PESSOA JR., 2003; GALVEZ et al., 2005; OSTERMANN; PRADO, 2005; OSTERMANN et al., 2006; SCARANI, 2006; DIMITROVA; WEIS, 2008; PEREIRA et al., 2009; DIMITROVA; WEIS, 2010; FERRARI; BRAUNECKER, 2010; GALVEZ, 2010). Para que esse dispositivo óptico possa realizar um experimento que permita a discussão sobre fundamentos da FQ, é preciso considerar que a fonte de laser seja monofotônica, ou seja, emite a cada vez um pulso de onda que tem a potencialidade de gerar um único fóton em um detector de eficiência máxima. Esse regime, que chamaremos de regime quântico, leva naturalmente à questão de "qual caminho (A ou B) o fóton percorreu no interferômetro?" (SCARANI, 1998). A interferência de um fóton único pode ajudar os alunos a perceber como os fenômenos quânticos desviam-se de nossa experiência cotidiana, que é fundamentalmente clássica (MÜLLER e WIESNER, 2002). Apesar de seu uso em larga escala em pesquisas na óptica e de suas várias aplicações tecnológicas, o interferômetro de Mach-Zehnder é raramente mencionado nos livros didáticos de Física, o que o torna bastante desconhecido para a maioria dos professores de física do Ensino Médio.

IV. Discutindo Física Quântica a partir dos dispositivos do interferômetro

Um conceito central na FQ é o de "estado" do sistema, que exprime um conjunto de informações sobre o sistema físico. No interferômetro de Mach-Zehnder, por exemplo, pode-se considerar o estado de localização espacial dos feixes de luz, ou então o estado de *momentum* (quantidade de movimento, momento linear), que indica a direção de propagação dos feixes. Estes são exemplos de estados translacionais (ver seção IV.1).

Pode-se, também, levar em conta o estado de polarização da luz emitida pela fonte. No contexto da FQ, pode-se atribuir um estado de polarização aos fó-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

Ver, por exemplo, o trabalho de Kanseri et al. (2008).

tons de modo que um feixe de luz plano-polarizada em alguma dada direção possa ser considerado como consistindo de fótons, cada um dos quais se encontra em um estado quântico de polarização que corresponda macroscopicamente ao estado do feixe. Em outras palavras, pode-se dizer que cada fóton está em um *estado de polarização*.

Na FQ, os *observáveis* representam as quantidades físicas mensuráveis do sistema. Como exemplos de grandezas representadas por observáveis, pode-se citar a posição ou o *momentum*. No interferômetro de Mach-Zehnder, enfocaremos os observáveis que representam o *momentum* e a polarização da luz, grandezas que podem ser associadas aos fótons detectados. Para medir o *momentum*, colocam-se detectores de fótons em um dos caminhos possíveis do interferômetro. Para determinar a polarização dos fótons, podem ser inseridos polaroides no interferômetro.

Essas considerações são importantes para o professor poder conduzir uma discussão qualitativa dos postulados da FQ com seus alunos. Na discussão que segue, busca-se fornecer subsídios teóricos ao professor de Física de Ensino Médio para que se tornem mais claros os conceitos fundamentais envolvidos nos postulados da FQ. O objetivo dessa discussão é esclarecer conceitos como operador, observável, projeção, estado, autoestado, e outros que aparecem nos postulados enunciados na seção II. Para isso, foi evitado o uso rigoroso do formalismo de Dirac no intuito de abordar da forma mais qualitativa possível a descrição quântica do que ocorre quando o fóton entra no interferômetro.

IV.1 Os estados translacionais possíveis do fóton no interferômetro

No interferômetro existem dois possíveis estados translacionais x e y para a luz, como mostrado na Fig. 1. O que esses estados translacionais indicam é o *momentum* do feixe de luz, ou seja, sua direção e seu sentido. Além disso, o pulso monofotônico pode ser direcionado ao interferômetro através de uma das duas portas de entrada: se ele vem através da porta de entrada I, ele é preparado no estado x, e, se ele vem através da porta de entrada II, ele é preparado no estado y. Esses estados translacionais também aparecem nas portas de saída 1 (estado x) e 2 (estado y). As denominações desses estados são escolhidas em estrita analogia com as duas direções possíveis para a propagação da luz no interferômetro e são usados em trabalhos mais técnicos sobre o assunto (FERRARI; BRAUNECKER, 2010; GALVEZ, 2010).

Em termos matemáticos, um estado quântico pode ser representado por um vetor. O conjunto de todos os estados admissíveis constitui um espaço vetorial. O conceito de vetor é familiar aos alunos do Ensino Médio, então esta representa-

de Pereira, A. P. et al.

ção vetorial não deve trazer maiores dificuldades. A única novidade nos espaços vetoriais da FQ é que eles também incluem valores complexos, e não apenas números reais, mas isso pode ser deixado de lado por ora.

Os estados translacionais x e y constituem um espaço vetorial de duas dimensões. Esses estados podem ser representados por dois vetores ortogonais de módulo 1. O interessante no caso quântico é que todas as combinações lineares desses vetores (com pesos diferentes, mas de tal forma que o vetor resultante também tenha módulo 1) também são estados admissíveis! Isso é o princípio quântico de superposição, expresso no primeiro postulado da seção II. Por exemplo, o vetor $\frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$ também representa um estado quântico, no caso, sem um *momentum* definido.

Cada um dos vetores x e y, que servem de base para o espaço vetorial, são também "autoestados" de algum observável. Por exemplo, na Fig. 1, na saída de BS₂, se o fóton estiver no estado x, então, com certeza, ela será detectada no detector D₃; se estiver no estado y, será detectada com certeza em D₄. Podemos, portanto, dizer que x e y são auto-estados do observável *momentum* (quantidade de movimento), pois cada um, isoladamente, fornece um resultado com probabilidade 1 de ser detectada em uma dada porta de saída.

Note, também, que esses dois autoestados são ortogonais, isto é, são estados mutuamente exclusivos (MICHELINI *et al.*, 2000): na saída de BS₂, se o fóton estiver no estado x, por exemplo, o detector D₄ não medirá nada⁶.

IV.2 Os espelhos

Cada dispositivo no interferômetro é descrito matematicamente na FQ por um operador. Basicamente, o operador atua em algum possível estado do fóton (por exemplo, estado translacional ou estado de polarização) e o modifica de alguma forma. O operador que representa cada um dos divisores de feixe atua sobre o estado translacional da luz, qualquer que este seja. Por exemplo, se a luz for preparada no estado x e incidir no espelho M₁, o operador "gira" este vetor em 90°, resultando no estado y (se ele estivesse preparado no estado y, ele seria girado para o estado x, como em M₂). Nesses casos, a luz é preparada em um autoestado translacional e a operação resultante a leva para o autoestado ortogonal.

839

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

⁶ Ou seja, o fóton pode ser detectado ou no detector 3 ou no 4, mas nunca simultaneamente nos dois.

IV.3 Os divisores de feixe

Considere, agora, o que acontece quando o fóton no estado *x* incide no divisor de feixe BS₁, supondo que o mesmo seja cinquenta por cento refletor. A operação que este dispositivo realiza pode ser tal que leva o vetor *x* para o vetor $\frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$. Ou seja, o operador que representa o divisor de feixe transforma o autoestado de *momentum x*, no qual o fóton é preparado, em uma combinação linear dos dois autoestados⁷ *x* e *y*.

O que significa este estado de superposição? Significa que uma medição de momentum no estado $\frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$ terá dois resultados possíveis: ou o fóton aparecerá no detector D1, com uma probabilidade 1/2, ou aparecerá em D2, com probabilidade também 1/2. De maneira geral, se o primeiro divisor de feixe levar a uma probabilidade R de reflexão do feixe x e T de transmissão, o operador associado levará o estado x ao estado superposto $\sqrt{T} x + \sqrt{R} y$ (na reflexão o divisor de feixe muda o estado translacional de x para y e na transmissão o estado translacional é inalterado). Uma vez que os divisores de feixe são assumidos ideais, simétricos e sem perdas (não absorvem energia da luz incidente, ou seja, não absorvem fótons), a probabilidade é conservada ou, em outras palavras, a reflexão ou a transmissão do fóton são os únicos eventos possíveis resultantes da interação do fóton com o divisor de feixe. Assim, a soma dessas probabilidades é igual à unidade (R + T = 1). Classicamente, R e T são conhecidos como coeficientes de reflexão e transmissão do divisor de feixe. O fato de que a probabilidade é conservada mostra que o operador que representa o divisor de feixe é classificado como um operador "unitário" (uma classe importante de operadores em mecânica quântica) e realiza uma transformação unitária sobre o estado translacional do fóton incidente (HOLBROW et al., 2002; FERRARI; BRAUNECKER, 2010). Este dispositivo é uma parte essencial do interferômetro, uma vez que coloca a luz, inicialmente preparada em um único estado translacional, em uma superposição dos dois estados translacionais $x \in y$. O segundo divisor de feixe faz a mesma transformação e é essencial para que haja interferência quântica.

de Pereira, A. P. et al.

['] Para simplificar, não estamos considerando coeficientes complexos, mas apenas números reais. No entanto, qualquer combinação linear normalizada de estados envolvendo coeficientes complexos fornece um estado admissível pertencente ao espaço de vetores de estado.

Note que o divisor de feixe não executa nenhuma medição que, segundo o quinto postulado, é caracterizada por uma projeção⁸. Como a luz é detectada na forma de pacotes de energia, os fótons, há uma tendência de pensarmos que estes fótons se propagam como partículas, sendo ou transmitidos, ou refletidos. Contudo, o estado quântico envolve, também, aspectos ondulatórios para dar conta de experimentos de interferência. Assim, é melhor reservar a palavra "fóton" apenas para o que é medido ou observado. Por outro lado, também seria complicado pensar que o fóton se divide em dois no divisor de feixe, sendo parcialmente refletido (mudando seu estado translacional) e parcialmente transmitido (mantendo imutável seu estado translacional). Os experimentos mostram claramente que os fótons nunca são detectados de maneira dividida, mas sempre com a energia mínima dada pela fórmula derivada por Einstein: E = hf onde h é a constante de Planck e f a frequência da luz (GRANGIER *et al.*, 1986; THORN *et al.*, 2004; GALVEZ *et al.*, 2005), ou seja, são, de fato, *quanta* de energia.

Alguns autores preferem dizer que o divisor de feixe abre dois eventos possíveis para o fóton: a reflexão ou a transmissão. Ele altera seu o autoestado translacional inicial para uma superposição linear desses estados translacionais. Essa superposição também é um estado translacional possível para a luz. Segundo Brom e Rioux (2002, p. 203), esse estado indica que, após a interação com o primeiro divisor de feixe, o estado monofotônico possui distintas "proporções" $R \ e T$ dos caráteres $y \ e x$, respectivamente. Segundo esses autores, nada pode ser dito do estado translacional do fóton depois da interação com o primeiro divisor de feixe sem que uma medição seja feita (por exemplo, por detectores) e, portanto, não há como saber por qual braço do interferômetro o fóton ruma. Quando uma medição de *momentum* é realizada após o primeiro divisor de feixe, o resultado será apenas um dos caráteres $x \ ou \ y$ (terceiro postulado).

IV.4 Os polaroides

No interferômetro de Mach-Zehnder, pode-se, também, modificar a polarização da luz emitida pela fonte. Na física ondulatória clássica, a polarização indica o plano de oscilação da onda transversal luminosa. No contexto da FQ, pode-se atribuir semelhante *estado de polarização* aos fótons detectados, e analisar

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

^o O postulado da projeção é uma controvérsia na FQ (MUYNCK, 2002) e existem tipos de medição mais gerais, mas assumiremos que as medições na FQ são como está dito no quinto postulado, por questões didáticas. Medições que são descritas por projeções são chamadas de processos de medição de von Neumann que, em 1932, estabeleceu o quinto postulado.

como essa polarização é modificada pelos polaroides inseridos nos caminhos do interferômetro, mesmo que não se possa atribuir um caminho único ao fóton detectado.

Os resultados possíveis de uma medição são definidos como *autovalores* do observável a ser medido. Os estados físicos associados a esses autovalores são definidos como *autoestados*. Os autoestados podem ser definidos como os possíveis estados de um sistema físico após uma medição (POSPIECH, 2000) e correspondem a alternativas mutuamente excludentes, ou estados *ortogonais*. No IVMZ, a polarização do fóton é uma grandeza física bastante adequada para uma discussão sobre autoestados. Há três locais no IVMZ onde um polaroide pode ser colocado. Como mostrado na Fig. 5, pode ser colocado um polaroide em cada braço (A ou B) e pode ser colocado um terceiro após o segundo divisor de feixe.

O efeito que um polaroide tem sobre o feixe de luz é de natureza diferente das operações realizadas pelo espelho e pelo divisor de feixe; isso porque os polaroides geralmente absorvem parte do feixe e transmitem outra parte, não constituindo uma operação "unitária" que conserva energia, como nos casos anteriores (há, porém, analisadores de polarização que operam de maneira unitária, separando componentes sem absorção de fótons, os chamados divisores de feixe polarizadores – do inglês *polarizing beam splitters*). Um polaroide atua na luz como um processo irreversível, e pode-se dizer que este dispositivo funciona como uma medição do observável associado à polarização, seguindo o segundo postulado (MICHELINI *et al.*, 2000). No IVMZ, supondo-se que a fonte emite um feixe cuja polarização é plana na direção horizontal, pode-se considerar que cada fóton está em um estado de polarização linear correspondente (BROM; RIOUX, 2002).

A Fig. 2 mostra o i-ésimo (i = 1, 2, 3) polaroide do interferômetro. Os estados de polarização podem ser atribuídos ao fóton em analogia com o caso clássico. Assim, se a fonte emite um feixe polarizado na direção horizontal, cada fóton pode estar em um estado descrito pelo estado de polarização correspondente. Os estados de polarização foram denominados de acordo com a polarização linear horizontal e vertical: o estado *h* refere-se à polarização horizontal e o estado *v* refere-se à polarização vertical. Esses dois estados, obviamente, são ortogonais entre si e, portanto, são possibilidades mutuamente excludentes.

É conveniente escrever os estados de polarização linear do fóton no IVMZ em termos de estados ortogonais designados por $\tau_i e \alpha_i$, que são, respectivamente, os estados de polarização do fóton que classicamente correspondem à oscilação na direção do eixo de transmissão e absorção do polaroide, respectivamente (ver Fig. 2). Esses dois estados são certamente ortogonais. Se o fóton incide no i-ésimo polaroide e seu estado de polarização é τ_i , ele vai ser transmitido, com certeza, isto

de Pereira, A. P. et al.

é, a probabilidade de transmissão será igual a 1 e a probabilidade de absorção será zero. Assim, o fóton passa livremente através deste polaroide. Por outro lado, se o estado de polarização do fóton é α_i , ele será absorvido com certeza.



i-ésimo polaróide

Fig. 2 – A descrição dos estados de polarização linear do fóton como uma combinação linear dos autoestados de polarização do observável que representa o i-ésimo polaroide.

Assim, é possível rotular o estado τ_i com o nome "transmissão" e o estado α_i com o nome "absorção". Estes dois estados ortogonais são ditos autoestados do observável que representa a polarização linear na direção τ_i , ou a polarização do *i*-ésimo polaroide. Se o fóton está em um dos autoestados de polarização do i-ésimo polaroide, o resultado desta interação é completamente determinado: será certamente transmitido, se ele estiver no autoestado "transmissão", ou será certa-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

mente absorvido, se ele estiver no autoestado "absorção". Além disso, quando o fóton se encontrar no autoestado de transmissão, seu estado de polarização não será alterado após a sua interação com este polaroide; no caso do autoestado de absorção, o fóton é absorvido e desaparece.

Qualquer estado de polarização linear pode ser escrito como uma superposição linear dos autoestados τ_i e α_i (ver o primeiro postulado). Fisicamente, se um fóton está em um estado de polarização linear geral dado por θ (ver Fig. 2), este estado tem um componente na direção τ_i (igual a $\cos(\xi_i - \theta))$ e uma componente na direção α_i (igual a $- \operatorname{sen}(\xi_i - \theta)$), onde ξ_i é o ângulo entre o eixo de transmissão do i-ésimo polaroide e a direção horizontal. Essas componentes são obtidas exatamente como fazemos quando decompomos vetores em um espaço bidimensional. Se o fóton está no estado de polarização linear geral θ , não é possível prever se ele vai ser absorvido ou transmitido pelo i-ésimo polaroide, pois este é um evento randômico. Só é possível saber as probabilidades. É a partir dessas componentes, também chamadas de amplitudes de probabilidade, que se pode obter as probabilidades de transmissão e de absorção: o fóton tem uma probabilidade $\cos^2(\xi_i - \theta)$ de ser transmitido e sen²($\xi_i - \theta$) de ser absorvido (ver quarto postulado). Esta é a versão quântica da lei de Malus: se um grande número N de fótons atinge o i-ésimo polaroide, aproximadamente $\cos^2(\xi_i - \theta) N$ fótons serão transmitidos.

Se o fóton interage com o i-ésimo polaroide e é transmitido, o estado de polarização do fóton após essa interação é τ_i . Em outras palavras, neste caso, a interação com o i-ésimo polaroide *projeta* o estado de polarização dos fótons transmitidos para o autoestado de transmissão do i-ésimo polaroide (ver o quinto postulado). Pode-se, ainda, mostrar que os autovalores do observável que representa o polaroide são 0 e 1: o autovalor 1 está associado ao estado "transmissão" e o autovalor 0 ao estado "absorção". Ou seja, como dito no terceiro postulado, os resultados possíveis dessa medição são 0 (fóton completamente absorvido) ou 1 (fóton completamente transmitido).

IV.5 Detectores

Na Fig. 1, que respeita o *layout* do *software* IVMZ (ver Fig. 3), há possibilidade de ser colocado um detector em cada braço do interferômetro. Assume-se que os detectores são *detectores de não-demolição*, ou seja, eles absorvem e emitem um fóton no mesmo estado translacional, de forma que se pode considerar que o fóton detectado permanece no mesmo autoestado após a medição, sem perda líquida de energia. Além disso, supõe-se que os detectores sejam cem por cento

de Pereira, A. P. et al.

eficientes (detectam todos os fótons que chegam a eles) e que os divisores de feixe são simétricos, sem perdas e cinquenta por cento refletores. Se o fóton for detectado no braço A, ele será encontrado no estado translacional *x*, e se for detectado no braço B, antes do espelho M₂, ele será encontrado no estado translacional *ortogonaly* (ver Fig. 1). Esse par de detectores opera de maneira a caracterizar uma medição de von Neumann, medindo o observável *momentum*. Se o estado inicial da luz for a superposição $\frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$, cada detector tem probabilidade 1/2 de disparar. Se o autovalor obtido corresponder ao *momentum x*, o estado inicial é projetado no autoestado translacional final *x*; e analogamente para *y*.

V. Abordagem operacional: uma sugestão para discussão dos postulados

Na seção anterior, fizemos menção aos seis postulados do formalismo matemático, da formulação canônica da FQ, apresentados na seção II. O problema que se coloca é se é possível exprimir estes postulados de uma maneira menos matemática e mais intuitiva.

Uma primeira consideração é que o formalismo matemático da FQ está distante da realidade ao qual temos acesso em um laboratório de física. O espaço de vetores de estado, a equação de Schrödinger, o postulado da projeção, operadores e autoestados não correspondem a nada que possa ser diretamente observado no laboratório. Nesse sentido, eles são chamados de conceitos ou termos "teóricos", em oposição aos termos de "observação", que correspondem de maneira mais íntima ao que é observado (PESSOA JR., 2003, p. 64). E quais são os termos de observação da teoria quântica? Um primeiro conceito a ser mencionado é o de autovalores (terceiro postulado), que corresponde aos resultados possíveis de uma medição quântica, em qualquer unidade escolhida. O outro termo de observação que faz a ligação entre a teoria e os experimentos está relacionado com a probabilidade de se obter um certo resultado de medição (quarto postulado), o que, na prática, é fornecido por uma contagem de frequência relativa (que envolve um número finito de observações, e, portanto, é apenas uma aproximação à probabilidade). Segundo o quarto postulado, a probabilidade é obtida como o módulo quadrado do produto escalar dos vetores representando o estado do sistema e o autoestado (associado ao autovalor em questão). Como apresentar, de uma maneira não matemática para os alunos, os conceitos de estado e autoestado, usados também nos postulados 1 e 5, e o conceito de observável, usado no segundo postulado?

845

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

O ponto de partida é caracterizar qual será o *sistema físico* a ser analisado. Pode ser um feixe de luz oriundo de um *laser*, uma coleção de átomos emitidos de um forno, etc. Tal sistema físico envolve uma entidade, geralmente de natureza microscópica (luz, átomo, etc.), caracterizada por certos parâmetros (frequência, velocidade, temperatura, etc.).

No sistema físico em questão as medições realizadas fornecem resultados "quantizados", ou seja, transferem pacotes discretos de energia para o detector, e são localizadas de maneira pontual (em medições sensíveis à posição do objeto microscópico). O formalismo que se segue se aplica a "estados puros", que são objetos quânticos individuais, ou uma coleção de objetos preparados no mesmo estado. Para simplificar, consideraremos que um sistema quântico é microscópico (melhor seria dizer nanoscópico), e que o aparelho de medição é macroscópico (mais de bilhões de vezes maior que o objeto quântico).

A caracterização operacional de um estado é que ele é decorrente de um arranjo experimental que *prepara* o sistema estudado de uma certa maneira. Na Fig. 1, o divisor de feixe BS₁ prepara o sistema (no caso, o pulso de luz monofotônico) no estado $\frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$. Se o divisor for removido, o estado preparado será *x*. Cada componente do interferômetro modifica o estado do sistema.

Um autoestado tem a propriedade de ser um estado para o qual se pode montar um detector de tal forma que a probabilidade de detecção seja 1. Já vimos que, no interferômetro de Mach-Zehnder, os estados x e y são autoestados translacionais. Se o estado do sistema for x (por exemplo, removendo-se BS₁), então o detector de não-demolição D₁, inserido no caminho A, certamente detectará um fóton. Analogamente para o estado y, se o detector D₂ fosse inserido no caminho B logo após BS₁. E o que é um observável? Qualquer observável pode ser construído conhecendo-se o conjunto de todos os seus autoestados e autovalores correspondentes⁹.

Façamos uma lista dessas definições "operacionais" e de quatro postulados da FQ, expressos sem uso de simbolismo matemático e sem estrita preocupação com o rigor formal:

<u>Def. 1</u>: Uma *medição* envolve a interação de um objeto físico com um ou mais detectores, que resultam em um registro macroscópico. Iremos supor que a eficiência dos detectores é de 100%.

de Pereira, A. P. et al.

⁹ Isso é expresso de maneira matemática pelo teorema espectral de von Neumann (PESSOA JR., 2003, p. 69).

Postulado 1 (empírico): Existem sistemas microscópicos que, ao serem medidos:

 a) Fornecem resultados quantizados, ou seja, transferem pacotes discretos de energia para o detector, e se manifestam de maneira localizada ou pontual (quantização).

b) Em situações em que mais de um detector pode disparar (colocando-se um detector em cada braço do interferômetro), não é possível prever com certeza o resultado da medição (ou seja, qual detector irá disparar), mas apenas de maneira probabilista (imprevisibilidade).

Este primeiro postulado é "empírico", ou seja, ele estabelece um fato observado a respeito do mundo, que é importante para determinar o domínio de aplicação dos postulados restantes. Este tipo de postulado não é enunciado explicitamente em axiomatizações mais "dedutivistas", como as que se baseiam na abordagem de von Neumann (como as da seção II).

<u>Def. 2</u>: Um *sistema quântico* consiste de uma ou mais entidades microscópicas que satisfazem o postulado empírico.

<u>Def. 3</u>: O *estado* de um sistema quântico é decorrente do arranjo experimental macroscópico de sua preparação. Duas preparações equivalem ao mesmo estado se, para coleções (não interagentes) de sistemas que passaram pela mesma preparação, os resultados de quaisquer medições para as duas preparações forem estatisticamente indistinguíveis.

<u>Def. 4</u>: Um sistema quântico é *puro* se ele satisfizer os postulados abaixo. Isso engloba entidades individuais ou uma coleção não-interagente de tais sistemas individuais preparados da mesma maneira.

<u>Def. 5</u>: Um *autoestado* é um estado para o qual existe um arranjo experimental que leva um certo detector a disparar com probabilidade 1. Diz-se que este detector está associado ao autoestado.

<u>Def. 6</u>: Para cada preparação de um autoestado, associa-se um número chamado *autovalor*, que corresponde ao resultado do experimento (medição), em unidades arbitrariamente escolhidas.

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

<u>Def. 7</u>: Dado um autoestado, define-se um autoestado *ortogonal* a ele como decorrente de um mesmo arranjo experimental (representado por um observável), mas que define outro autoestado cuja probabilidade de ser medido é 0.

<u>Def. 8</u>: Dado um sistema quântico, o número máximo de autoestados mutuamente ortogonais forma uma *base completa de autoestados*. Esse número é chamado a *dimensão* do espaço de estados.

<u>Def. 9</u>: O *observável*, sendo medido em um experimento, é representado matematicamente conhecendo-se sua base completa de autoestados e os correspondentes autovalores.

<u>Postulado 2</u>: Qualquer estado de um sistema quântico é ou um dos autoestados s_i da base completa, ou uma combinação linear desses autoestados (princípio de superposição), envolvendo quaisquer coeficientes a_i escolhidos de tal maneira que:

a) A soma dos módulos quadrados dos coeficientes a_i é 1 (normalização).

b) O módulo quadrado do coeficiente a_i fornece a probabilidade de disparar o detector associado ao autoestado s_i (regra de Born). Por exemplo, sendo o fóton preparado no estado translacional $\frac{1}{\sqrt{2}}(x + y)$ pelo primeiro divisor de feixe (uma combinação linear de estados translacionais, que são autoestados de momentum), o detector D₁ estaria associado ao autoestado x (dispararia com certeza se o fóton assumisse esse estado translacional) e o detector D₂ ao autoestado y (dispararia com certeza se o fóton assumisse esse estado translacional).

c) Uma fase pode multiplicar cada um desses coeficientes.

Postulado 3: Após uma medição:

a) Se o objeto quântico não é absorvido pelo detector (numa medição de não-demolição ou numa medição de resultado nulo, quando nenhum detector dispara), o estado final do objeto geralmente¹⁰ é o autoestado associado ao detector (postulado da projeção).

de Pereira, A. P. et al.

¹⁰ Isso vale para medições repetíveis, ou do 1º tipo, mas não para as de 2º tipo, em que o estado final não é um autoestado do observável sendo medido (PESSOA JR., 2006, p. 303-304).

b) Se o objeto quântico é absorvido pelo detector, não há estado final do objeto.

<u>Postulado 4</u>: Entre a preparação e a medição, há uma evolução contínua, determinista e reversível do estado quântico. No caso de objetos quânticos não relativísticos, utiliza-se a equação de Schrödinger, que depende do observável associado à energia total do sistema fechado. Na próxima seção, apresentaremos exemplos de aplicação dos postulados operacionais da FQ. Esses exemplos serão apresentados com o auxílio de simulação computacional.

VI. Ilustração dos postulados quânticos com a assistência do IVMZ

As definições e os postulados da FQ, apresentados na seção anterior, podem ser visualizados no interferômetro virtual de Mach-Zehnder (IVMZ) desenvolvido por nosso grupo (OSTERMANN *et al.*, 2006; PEREIRA *et al.*, 2009). No entanto, algumas modificações estão sendo introduzidas na simulação computacional, para tornar a atividade mais rica e próxima da realidade. Essas modificações serão mencionadas a seguir.

VI.1 Detecção imprevisível de fótons individuais

Na Fig. 3, temos uma imagem do IVMZ com os dois divisores de feixe e sem polaroides, como o da Fig. 1.

A diferença entre essas duas figuras é que, na primeira, toda a energia do feixe de luz incide em D_3 e nada é detectado em D_4 . Isso ocorre por causa do alinhamento perfeito dos braços do interferômetro.

Quando há um pequeno desalinhamento dos braços, como ocorre em montagens do interferômetro didático em sala de aula (FAGUNDES *et al.*, 1997; PESSOA JR., 2003, p. 114-115), os caminhos ópticos dos componentes de luz que chegam em diferentes pontos da tela (onde incide a luz do *laser*, geralmente a parede da sala de aula) são diferentes. Disso resultam franjas de interferência, como as da Fig. 3.

Na prática, as franjas de interferência não são circulares, como as da Fig. 3, mas lineares, como na experiência de Young. Isso pode ser visto considerando que a luz se propaga como uma onda esférica, e que o desalinhamento corresponde à interferência de duas fontes (real e virtual) dispostas perpendicularmente ao eixo de propagação que incide no primeiro divisor de feixes (de maneira semelhante ao padrão formado no experimento das duas fendas). Para que apareçam anéis circula-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

res, as duas fontes (real e virtual) teriam que estar alinhadas ao longo do eixo de propagação: tal situação pode ocorrer, com alinhamento perfeito, se uma lente convergente for interposta em um dos caminhos do interferômetro (NACHMAN, 1995).



Fig. 3 – Interferência no IVMZ.

O postulado 1 da seção V exprime o fato de que a luz é detectada na forma de pontinhos, como se vê na Fig. 3, chamados "fótons", cada qual transferindo um valor de energia discreta para o detector. Os pontinhos se formam um a um, até que o padrão vá se formando. Na prática, como há muitíssimos fótons, vemos uma franja contínua de interferência. Porém, pode-se dizer que "cada fóton interfere consigo mesmo", pois, para cada estado monofotônico que entra no aparelho, a probabilidade de cair em diferentes regiões da tela segue o mesmo padrão de interferência.

Outra maneira de explorar a detecção de um fóton único é colocar detectores em cada braço do interferômetro, como ilustrado na Fig. 4. Supondo que o feixe de luz incidente é monofotônico, apenas um dos detectores irá disparar. Isso ilustra, mais uma vez, o postulado 1, incluindo a imprevisibilidade das medições quânticas (postulado 1b): em situações em que mais de um detector pode disparar,

de Pereira, A. P. et al.



não é possível prever com certeza o resultado da medição, mas apenas de maneira probabilista (no caso, a probabilidade de cada detector disparar é 1/2).

Fig. 4 – Um fóton sendo detectado pelo detector verde (o detector D_1 , à esquerda).

VI.2 Autoestados e superposição

Segundo a definição 5, um autoestado é um estado para o qual existe um arranjo experimental que leva um certo detector a disparar com probabilidade 1. Isso pode ser ilustrado, a partir do arranjo da Fig. 4, introduzindo mais um recurso no IVMZ, que é o de poder retirar o divisor de feixe BS₁, ou substituí-lo por um espelho de reflexão total (ou ainda, inserir a possibilidade de variar o seu coeficiente de reflexão e escolher para ele o valor 0 ou 1 para contemplar essas duas situações).

No primeiro caso, na ausência do divisor BS_1 , o aluno percebe que somente o detector D_1 dispara, com probabilidade 1. Isso significa que podemos considerar este estado de luz como um autoestado translacional, com autovalor correspondendo à localização no caminho A (ou, se preferirmos, ao estado de momentum *x*). Se um espelho for inserido no lugar de BS_1 , o detector D_2 dispara com probabilidade 1, indicando que este estado da luz também é um autoestado de posição, segundo a definição 5 (da maneira como o detector está colocado na Fig. 4, este estado

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

também corresponde ao momentum x, de forma que é mais interessante trabalhar aqui com os autoestados A e B).

Esses dois autoestados A e B são ortogonais, segundo a definição 7. Com eles, pode-se formar uma base completa de autoestados, de dimensão 2, definidose um observável associado com autovalores expressos simplificadamente como a e b.

O postulado 2 afirma que qualquer combinação linear de dois estados acessíveis é, também, um estado acessível. No caso, a inserção do divisor BS₁ gera uma superposição do tipo $\frac{1}{\sqrt{2}}(iA + B)$, que também é um estado acessível. Segundo a regra de Born (postulado 2b), para o estado superposto $\frac{1}{\sqrt{2}}(iA + B)$, a probabilidade de detecção em A é o módulo quadrado do coeficiente associado, ou seja, $|i/\sqrt{2}|^2 = 1/2$.

VI.3 Postulado da projeção com detectores de não-demolição

O arranjo da Fig. 4, no qual os detectores absorvem os fótons, exprime a situação do postulado 3b. Mais interessante é considerar a introdução de detectores de não-demolição em ambos os braços do interferômetro. Neste caso, cada fóton é detectado, mas não é destruído: assim, ele continua se propagando até aparecer como um pontinho na tela. A simulação do IVMZ está sendo reformulada para permitir que esta situação possa ser representada. O que o aluno poderá observar, no arranjo da Fig. 4, é o desaparecimento das franjas de interferência. Como entender isso?

O procedimento didático envolve a remoção do divisor de feixe BS₂, e o exame de o que acontece para cada fóton individual. O aluno perceberá que sempre que o detector D₁ disparar, o pontinho que aparece surge na tela 2; e, analogamente, sempre que o detector D₂ disparar, o fóton aparece subsequentemente na tela 1. Este é o conteúdo do postulado da projeção (postulado 3a): os resultados de medições sucessivas de um mesmo observável tendem a se repetir. Este postulado pode ser ilustrado também com apenas um detector de demolição, colocado em um dos caminhos, digamos A. Se o aluno considerar apenas os casos em que o detector não dispara, ele observará que surgem fótons apenas na tela 1, e nenhum em 2. Neste caso, temos uma medição de resultado nulo: a não detecção no detector D₁ corresponde à medição do fóton no caminho B.

de Pereira, A. P. et al.

VI.4 A polarização dos fótons

No IVMZ, a fonte emite luz, cujo estado de polarização é plano, na direção horizontal. Isto pode ser verificado, na simulação, através da remoção do segundo divisor de feixes do interferômetro e colocação de dois polaroides (um em cada caminho) com seus eixos de transmissão orientados a 0 (no caminho A) e 90 graus (no caminho B) com relação à direção horizontal, como mostrado na Fig. 5. Vemos, nesta figura, que os únicos fótons que chegam às telas de detecção são aqueles que passam pelo polarizador do caminho A, orientado a 0 graus; o polarizador do caminho B absorve toda luz que nele incide, já que está orientado a 90°.



Fig. 5 – Fótons plano-polarizados na direção horizontal.

O número de fótons que atinge cada anteparo é mostrado no retângulo da figura: cerca de metade (8064) dos 16059 fótons emitidos pela fonte atinge o anteparo 2 e nenhum deles atinge o anteparo 1. Este valor não é exatamente igual à metade do total de fótons, pois a interação com o divisor de feixe resulta em um evento probabilístico de transmissão ou reflexão. Apenas os fótons que são transmitidos pelo divisor de feixe atingem o anteparo 2. Como já dito anteriormente, os autoestados relacionados com um dado polaroide possuem relação com os eixos de absorção e transmissão desse polaroide. Se o fóton está em um estado de polariza-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

ção linear paralelo em relação ao eixo de transmissão, esse estado é o que se pode denominar de autoestado de "transmissão".

Por outro lado, se o estado de polarização do fóton é paralelo ao eixo de absorção do polaroide, o fóton está no autoestado denominado "absorção". Em qualquer um desses estados, o resultado da interação do polaroide com o fóton é completamente determinado (definição 5). Se o fóton está no autoestado "transmissão", será transmitido pelo polaroide com probabilidade 1. Se o fóton está no autoestado "absorção", o fóton será absorvido com probabilidade 1.



Fig. 6 – Orientação oblíqua dos polaroides (no caso, o eixo de transmissão está orientado a uma direção de 45° em relação à direção horizontal).

O que acontece quando se considera uma orientação oblíqua dos polaroides, a 45°? Neste caso, como a luz incidente está polarizada a 0°, o resultado do experimento é que, em aproximadamente metade das vezes, o fóton será totalmente transmitido, e, na outra metade, será completamente absorvido pelo polaroide, como indicado na Fig. 6. Além disso, cada fóton que é transmitido pelo polaroide adquire um estado de polarização linear novo, equivalente à polarização paralela ao eixo de transmissão do polaroide que o transmitiu. A ação de cada polaroide, em sua descrição quântica, altera o estado de polarização do fóton (no caso, hori-

de Pereira, A. P. et al.

zontal) para um dos dois autoestados possíveis do observável que representa o polaroide ("transmissão" ou "absorção"). Isso está mostrado na Fig. 7, onde um terceiro polaroide, cujo eixo de transmissão é orientado perpendicularmente ao eixo de transmissão dos polaroides 1 e 2, é colocado à frente do anteparo à esquerda.



Fig. 7 – Os fótons transmitidos pelo segundo polaroide são certamente absorvidos pelo terceiro polaroide.

Como nenhum fóton incide no anteparo à esquerda, pode-se confirmar que o estado de polarização dos fótons transmitidos pelo segundo polaroide é ortogonal ao autoestado de transmissão do observável que representa o polaroide 3, pois este absorve esses fótons com probabilidade 1. Pode-se considerar que o polaroide realiza uma medição na luz, apesar de nenhum sinal observável ter sido gerado. Isso porque a transmissão da luz pelo polaroide segue o postulado da projeção (postulado 3a da seção V), ao passo que sua absorção é condizente com o postulado 3b. Usando o formalismo da FQ, pode-se exprimir o estado inicial da luz, polarizado a 0°, ou seja, estado *h*, como uma superposição de estados de polarização a 45° e a 135° . Na notação usada neste trabalho, pode-se expressar isso como $h = \cos(45^{\circ})\tau_i - \sin(45^{\circ})\alpha_i = \cos(45^{\circ})\tau_i + \sin(135^{\circ})\alpha_i = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_i - \alpha_i)$, enfa-

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

tizando que τ_i , neste exemplo, representa o estado de polarização a 45° (transmissão) e α_i o estado de polarização a 135° (absorção). Pela regra de Born (postulado 2b), a probabilidade de transmissão em um polaroide cujo eixo de transmissão coincide com 45° (ou seja, cujo autoestado é τ_i) será $|1/\sqrt{2}|^2 = 1/2$. Após passar pelo polaroide, o estado da luz se altera para τ_i , ou seja, 45°. Ao encontrar um polaroide cujo autoestado associado é ortogonal ao estado da luz, nada será transmitido.



Fig. 8 – Em presença do segundo divisor de feixe, não há padrão de interferência quando os polaroides têm seus eixos de transmissão alinhados perpendicularmente entre si.

VI.5 A recombinação dos feixes polarizados

Na Fig. 8, observamos que o uso de polaroides em estados ortogonais em cada braço (a 45° e a 135°) e a reinserção do segundo divisor de feixes, levam a uma situação em que não há a formação de franjas de interferência. Isso é típico de um fenômeno "corpuscular", na nomenclatura da interpretação da complementaridade de Niels Bohr.

Por que os polaroides destruíram a interferência? No regime clássico, isso ocorre porque os feixes de luz que passam pelos polaroides orientados a 45° e a

de Pereira, A. P. et al.

135° oscilam em planos ortogonais, de tal forma que é impossível que a oscilação de um componente destrua a do outro (para formar as faixas escuras da franja de interferência). No regime quântico, pode-se dizer que a introdução dos polaroides nos braços do interferômetro insere informação sobre o caminho A ou B do fóton. Se esses polaroides tiverem seus eixos de transmissão alinhados perpendicularmente entre si, como no caso da Fig. 8, haverá total informação sobre o caminho disponível (distinguibilidade de caminho) e a característica complementar, que é a visibilidade do padrão de interferência, é nula.



Fig. 9 – O ressurgimento do padrão de interferência no anteparo 1 quando um terceiro polaroide, orientado a 90°, é inserido após o segundo divisor de feixes.

Observe, agora, o que acontece quando o terceiro polaroide é inserido após o segundo divisor de feixes, orientado a 90° (Fig. 9). O padrão de interferência retorna! Isso é chamado de "apagador quântico". No regime quântico, podemos dizer que a informação de caminho dos fótons é apagada pelo terceiro polaroide, tornando indistinguíveis os caminhos. Do ponto de vista clássico, pode-se dizer que as componentes de campo elétrico que são transmitidas pelo terceiro polaroide são projetadas no *mesmo* plano de polarização (a 90°), o que dá ensejo ao padrão de interferência, típico de um fenômeno "ondulatório".

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

Se o terceiro polaroide for orientado a 0° , o mesmo efeito ocorre, com a diferença que o padrão de interferência é invertido: onde no caso anterior estava iluminado, agora fica escuro, e vice-versa. Esta diferença está sendo implementada na nova versão do IVMZ.

VII. Comentários finais

Neste trabalho, uma abordagem educacional para o ensino da FQ foi delineada. Esta abordagem é baseada na reformulação dos postulados da FQ, cuja abordagem matematizada foi substituída pela abordagem operacional. Com isso, buscamos contornar as dificuldades decorrentes do formalismo matemático. Diversas aplicações das ideias quânticas foram ilustradas através de uma simulação no IVMZ.

A abordagem conceitual aqui apresentada pode contribuir para uma transposição didática para as salas de aula do Ensino Médio, na qual os alunos poderiam experimentar um primeiro encontro com a FQ. Professores de Física do Ensino Médio podem trabalhar com muitos conceitos importantes sem que se faça uso intensivo de formalismo matemático. Acreditamos que uma discussão envolvendo estado, autoestados, observáveis, superposição, projeção e probabilidade pode dizer muito mais sobre FQ aos alunos do que qualquer abordagem tradicional baseada na radiação do corpo negro, efeito fotoelétrico e modelos atômicos semiclássicos. O *software* utilizado neste trabalho é gratuito e está disponível para *download* no seguinte endereço:

<http://www.if.ufrgs.br/ensfis_fernanda/arquivos/materiais/Mach-Zehnder.exe>.

Agradecimentos

A coautora Fernanda Ostermann agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro, que possibilitou o desenvolvimento do *software* que simula o interferômetro de Mach-Zehnder¹¹.

de Pereira, A. P. et al.

¹¹ A versão do software apresentada neste trabalho foi desenvolvida com recursos decorrentes da aprovação de projeto no Edital CNPq 19/2004 – Universal. Atualmente, o software está sendo profundamente remodelado com recursos do Edital CNPq 14/2011 – Universal. Ambos sob a coordenação de Fernanda Ostermann.

Referências

ADAMS, S. Quantum bombing reality. **Physics Education**, Bristol, v. 33, n. 6, p. 378-385, Nov. 1998. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/33/6/020>. Acesso em: 27 nov. 2011.

BROM, J. M.; RIOUX, F. Polarized light and quantum mechanics: an optical analog of the Stern-Gerlach experiment. **The Chemical Educator**, Boise, v. 7, n. 4, p. 200-204, July 2002. Disponível em:

http://chemeducator.org/papers/0007004/740200jb.pdf>. Acesso em: 27 nov. 2011.

COHEN-TANNOUDJI, C.; DIU, B.; LALOË, F. Quantum mechanics. New York: Wiley, 1977.

DEGIORGIO, V. Phase shift between the transmitted and the reflected optical fields of a semireflecting lossless mirror is $\pi/2$. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 48, n. 1, p. 81-82, Jan. 1980. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.12238>. Acesso em: 27 nov. 2011.

DIMITROVA, T. L.; WEIS, A. The wave-particle duality of light: A demonstration experiment. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 76, n. 2, p. 137-142, Feb. 2008. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.2815364>. Acesso em: 27 nov. 2011

_____. Single photon quantum erasing: a demonstration experiment. **European** Journal of Physics, Bristol, v. 31, n. 3, p. 625-637, Apr. 2010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/0143-0807/31/3/020>. Acesso em: 27 nov. 2011.

DOBSON, K.; LAWRENCE, I.; BRITTON, P. The A to B of quantum physics. **Physics Education**, Bristol, v. 35, n. 6, p. 400-405, Nov. 2000. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/35/6/304>. Acesso em: 27 nov. 2011.

FAGUNDES, M. B.; PESSOA JR., O.; ZANETIC, J.; MURAMATSU, M. Ensinando a dualidade onda-partícula sob uma nova óptica. In: ENCONTRO DE PESQUISADORES EM ENSINO DE FÍSICA, 5, Belo Horizonte. **Atas...** Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 1997. p. 529-538.

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

FERRARI, C.; BRAUNECKER, B. Entanglement, which-way measurements, and a quantum erasure. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 78, n. 8, p. 792-795, Aug. 2010. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.3369921. Acesso em: 27 nov. 2011.

GALVEZ, E. J. Qubit quantum mechanics with correlated-photon experiments. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 78, n. 5, p. 510-519, May 2010. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.3337692>. Acesso em: 27 nov. 2011.

GALVEZ, E. J.; HOLBROW, C. H.; PYSHER, M. J.; MARTIN, J. W.; COURTEMANCHE, N.; HEILIG, L.; SPENCER, J. Interference with correlated photons: five quantum mechanics experiments for undergraduates. American Journal of Physics, Woodbury, v. 73, n. 2, p. 127-140, Feb. 2005. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.1796811 Acesso em: 27 nov. 2011.

GIANINO, C. Energy levels and the de Broglie relationship for high school students. **Physics Education**, Bristol, v. 43, n. 4, p. 429-432, July 2008. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/43/4/013>. Acesso em: 27 nov. 2011.

GRANGIER, P.; ROGER, G.; ASPECT, A. Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single-photon interferences. **Europhysics Letters**, Bristol, v. 1, n. 4, p. 173-179, Feb. 1986. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/1/4/004>. Acesso em: 27 nov. 2011.

HECHT, E. Optics. San Francisco: Addison-Wesley, 1990.

HOEKZEMA, D.; BERG, E. V. D.; SCHOOTEN, G.; DIJK, L. V. The particle/wave-in-a-box model in Dutch secondary schools. **Physics Education**, Bristol, v. 42, n. 4, p. 391-398, July 2007. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/42/4/009>. Acesso em: 27 nov. 2011

HOLBROW, C. H.; GALVEZ, E.; PARKS, M. E. Photon quantum mechanics and beam splitters. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 70, n. 3, p. 260-265, Mar. 2002. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.1432972>. Acesso em: 27 nov. 2011.

IRESON, G. A brief history of quantum phenomena. **Physics Education**, Bristol, v. 35, n. 6, p. 381-386, Nov. 2000. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/35/6/301>. Acesso em: 27 nov. 2011

de Pereira, A. P. et al.

JOHANSSON, K. E.; MILSTEAD, D. Uncertainty in the classroom—teaching quantum physics. **Physics Education**, Bristol, v. 43, n. 2, p. 173-179, Mar. 2008. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/43/2/006>. Acesso em: 27 nov. 2011.

KANSERI, B.; BISHT, N. S.; KANDPAL, H. C.; RATH, S. Observation of the Fresnel and Arago laws using the Mach-Zehnder interferometer. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 76, n. 1, p. 39-42, Jan. 2008. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.2794349>. Acesso em: 27 nov. 2011.

MICHELINI, M.; RAGAZZON, R.; SANTI, L.; STEFANEL, A. Proposal for quantum physics in secondary school. **Physics Education**, Bristol, v. 35, n. 6, p. 406-410, Nov. 2000. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/35/6/305>. Acesso em: 27 nov. 2011.

MÜLLER, R.; WIESNER, H. Teaching Quantum Mechanics on an introductory level. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 70, n. 3, p. 200-209, Mar. 2002. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.1435346>. Acesso em: 27 nov. 2011.

MUYNCK, W. Foundations of quantum mechanics: an empiricist approach. Boston: Kluwer Academic, 2002. v. 127. (Fundamental Theories of Physics).

NACHMAN, P. Mach--Zehnder interferometer as an instructional tool. American Journal of Physics, Woodbury, v. 63, n. 1, p. 39-43, Jan. 1995. Disponível em: http://link.aip.org/link/?AJP/63/39/1>.

OSTERMANN, F.; PRADO, S. D. Interpretações da mecânica quântica em um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 2, p. 193-203, jun. 2005. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/S1806-11172005000200003. Acesso em: 27 nov. 2011.

OSTERMANN, F.; PRADO, S. D.; RICCI, T. F. Desenvolvimento de um software para o ensino de fundamentos de Física Quântica. **A Física na Escola**, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 22-25, maio 2006. Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol7/Num1/v12a07.pdf. Acesso em: 27 nov. 2011.

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.

PEREIRA, A.; OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. On the use of a virtual Mach-Zehnder interferometer in the teaching of quantum mechanics. **Physics Education**, Bristol, v. 44, n. 3, p. 281-291 May 2009. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/44/3/008>. Acesso em: 27 nov. 2011.

PESSOA JR., O. Interferometria, interpretação e intuição: uma Introdução conceitual à Física Quântica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 27-48, mar. 1997.

_____. Conceitos de Física Quântica. São Paulo: Livraria da Física, 2003. v. 1.

. Conceitos de Física Quântica. São Paulo: Livraria da Física, 2006. v. 2.

POSPIECH, G. Teaching the EPR paradox at high school? **Physics Education**, Bristol, v. 34, n. 5, p. 311-316, Sept. 1999. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/34/5/307>. Acesso em: 27 nov. 2011.

_____. Uncertainty and complementarity: the heart of quantum physics. **Physics Education**, Bristol, v. 35, n. 6, p. 393-399, Nov. 2000. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/35/6/303>. Acesso em: 27 nov. 2011.

SCARANI, V. Introducing quantum mechanics: one-particle interferences. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 66, n. 8, p. 718-721, Aug. 1998. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.18938>. Acesso em: 27 nov. 2011.

_____. **Quantum physics, a first encounter**: interference, entanglement, and reality. Oxford: Oxford University Press, 2006.

THORN, J. J.; NEEL, M. S.; DONATO, V. W.; BERGREEN, G. S.; DAVIES, R. E.; BECK, M. Observing the quantum behavior of light in an undergraduate laboratory. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 72, n. 9, p. 1210-1219, Sept. 2004. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.1737397>. Acesso em: 27 nov. 2011.

TOLANSKY, S. The teaching of interference fringe localization. **Physics Education**, Bristol, v. 1, n. 2, p. 79-87, July 1966. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/1/2/302>. Acesso em: 27 nov. 2011.

VON NEUMANN, J. Mathematical Foundations of Quantum Mechanics. Princeton: Princeton University Press, 1955.

de Pereira, A. P. et al.

ZEILINGER, A. General properties of lossless beam splitters in interferometry. **American Journal of Physics**, Woodbury, v. 49, n. 9, p. 882-883, Sept. 1981. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1119/1.12387>. Acesso em: 27 nov. 2011.

ZETIE, K. P.; ADAMS, S. F.; TOCKNELL, R. M. How does a Mach-Zehnder interferometer work? **Physics Education**, Bristol, v. 35, n. 1, p. 46-48, Jan. 2000. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/35/1/308>. Acesso em: 27 nov. 2011.

Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 2: p. 831-863, out. 2012.