

## Simulado I

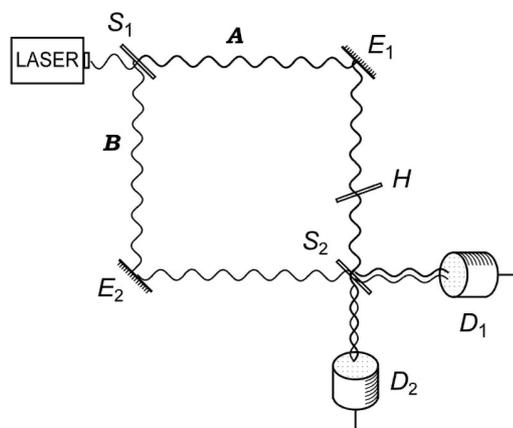
ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica  
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

(1) (a) Considere o experimento do interferômetro de Mach-Zehnder para um fóton único, no qual nenhum fóton é detectado em  $D_2$ . Se um colega lhe perguntasse “por qual caminho rumou o fóton?”, o que você responderia?

(b) Suponha que um detector de não-demolição  $D_3$  seja inserido no caminho A. A passagem do fóton único é detectada em  $D_3$ . Qual é a probabilidade de ele ser detectado em  $D_1$  e em  $D_2$ ? Como você explicaria este comportamento para seu colega?

(c) Após o término do experimento, o chato do seu colega lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em  $D_3$  o fóton já se encontrava no caminho A?” O que você lhe responderia?

(d) Com o detector  $D_3$  inserido no caminho A, suponha que ele *não dispara* após o fóton único entrar no interferômetro. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em  $D_1$  e em  $D_2$ ?

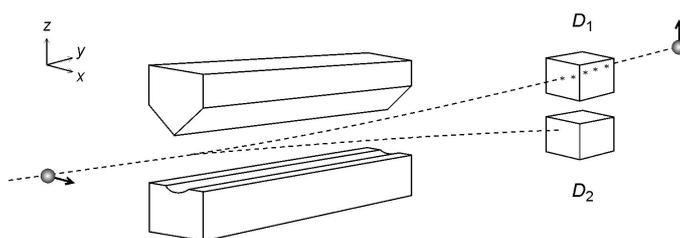


(2) Um sistema quântico único é preparado no estado  $\frac{3}{5}|\psi_1\rangle - i\frac{4}{5}|\psi_2\rangle$ , onde o índice dos auto-estados corresponde a um certo número quântico  $n$ , que pode assumir os valores 1 ou 2.

(a) Se medirmos o observável cujo autovalor é  $n$ , qual é a probabilidade de obtermos o valor  $n=2$ ?

(b) Suponha que de fato fizemos a medição e obtivemos o autovalor  $n=2$ . Agora, se medíssemos novamente o mesmo observável, qual seria a probabilidade de obter o valor  $n=1$ ?

(3) Considere o experimento de Stern-Gerlach com detectores que não absorvem o átomo, e coloque-se na interpretação ondulatória. A questão é saber em que ponto do experimento ocorre o colapso.



(a) Podemos dizer que o colapso ocorre durante a interação do átomo com os ímãs do aparelho de Stern-Gerlach (ou seja, com os analisadores)? Por quê?

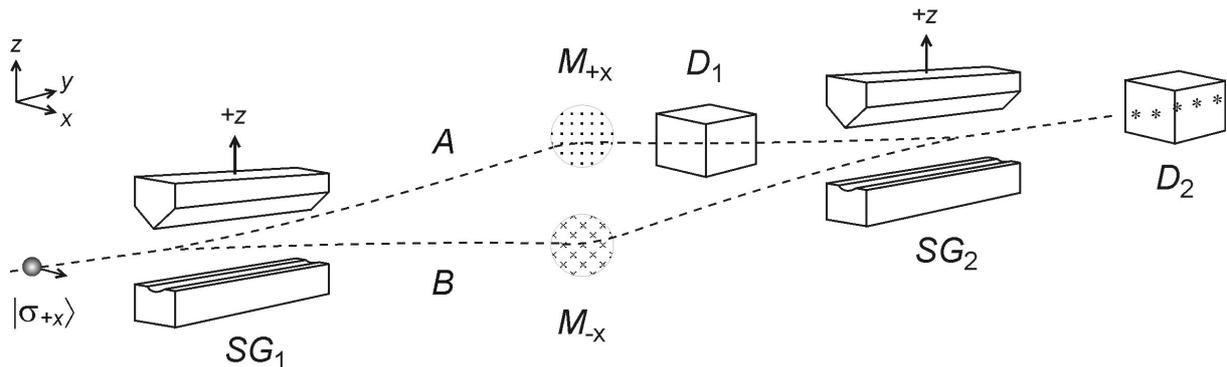
(b) Podemos dizer que o colapso é causado pela amplificação que ocorre na formação de gotículas em um dos detectores (supondo que sejam câmaras de Wilson)? Por quê?

(c) Podemos dizer que o colapso é causado apenas quando ocorre uma observação consciente por parte de um ser humano? É possível refutar esta posição?

## Simulado II

ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica  
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (1) Um único átomo de prata, de momento angular  $\frac{1}{2} \hbar$ , num estado inicial  $|\sigma_{+x}\rangle$ , atravessa um aparelho de Stern-Gerlach  $SG_1$  apontado na direção  $+z$ . Os campos magnéticos  $M_{+x}$  e  $M_{-x}$  recombina de maneira coerente os componentes de feixe. O detector de não-demolição  $D_1$  (por exemplo, uma câmara de nuvem que não absorve o átomo) está inicialmente *desligado*. Nessas condições, o segundo aparelho  $SG_2$  tem o efeito de colocar o átomo no mesmo estado inicial  $|\sigma_{+x}\rangle$ . (Estaremos sempre supondo que os detectores têm eficiência de 100%.)

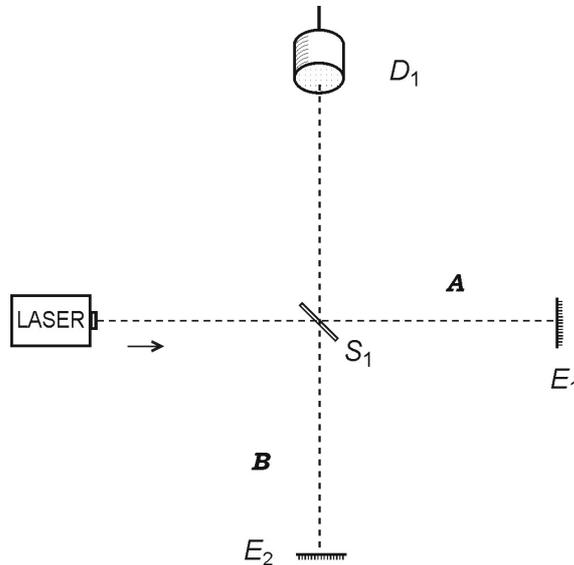


- (a) Com o detector final  $D_2$ , o cientista não tem a capacidade de verificar que o estado final de momento angular do átomo é  $|\sigma_{+x}\rangle$ . Proponha uma alteração no sistema de detecção  $D_2$ , de tal forma que o resultado final da medição forneça o autovalor correspondente a esse autoestado  $|\sigma_{+x}\rangle$ .
- (b) Com  $D_1$  ainda *desligado*, se um vendedor de enciclopédias lhe perguntasse “o átomo rumou pelo caminho A ou pelo caminho B?”, o que você responderia?
- (c) Que tipo de “fenômeno” seria este, segundo a terminologia de Niels Bohr (ondulatório, corpuscular ou intermediário)?
- (d) Suponha agora que o detector  $D_1$  seja *ligado*, e que ele *registre* a passagem do átomo (ou seja, ele “dispara”). Ao final do experimento (isto é, na figura, antes de chegar em  $D_2$ ), qual será o estado de momento angular do átomo?
- (e) Como você explicaria este comportamento ao vendedor de enciclopédias?
- (f) Se, após o término do experimento, ele lhe perguntasse: “posso dizer que antes da detecção em  $D_1$  o átomo já se encontrava no caminho A?” O que você lhe responderia?
- (g) Ao contrário do item (d), suponha que o detector  $D_1$ , mesmo ligado, *não dispare*. Qual será o estado final do átomo?
- (h) Considere as situações dos itens (b), (d) e (g). Para os detectores  $D_1$  e  $D_2$ , em quais ocorre amplificação? Em quais se pode dizer que ocorreu redução de estado (colapso)? (Note que este item envolve 12 casos a serem analisados)
- (i) Para finalizar, faça algum comentário sobre a representação pictórica do átomo, à esquerda da figura. Por exemplo, para fins didáticos, você acha aceitável desenhar o átomo dessa maneira, ou você o faria de outra maneira?

### Simulado III

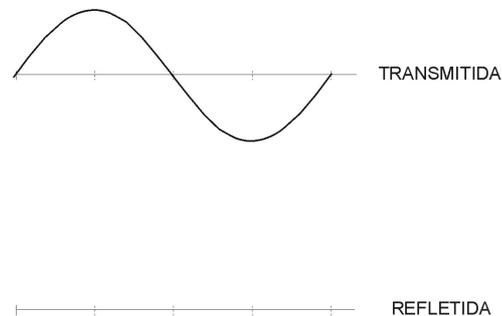
ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica  
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

(1) Na figura ao lado representa-se o interferômetro de Michelson. A luz é emitida por um laser, e divide-se em duas componentes no espelho semi-refletor  $S_1$ , correspondendo aos caminhos  $A$  e  $B$ , de igual extensão. Espelhos  $E_1$  e  $E_2$  refletem o feixe, que passa novamente por  $S_1$ .



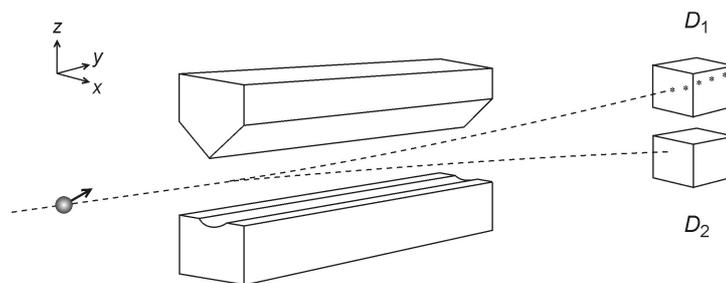
Supondo que o semi-espelho  $S_1$  é simétrico e sem perdas, aplica-se a regra usual de que a cada reflexão ocorre um avanço de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda ( $\lambda/4$ ) em relação à onda transmitida (ou seja, uma fase  $\pi/2$ , ou fator de fase  $i$ ).

(a) Ilustre essa regra na figura ao lado, fazendo um esboço da onda refletida em  $S_1$ , em relação à fase da onda transmitida.



- (b) Use agora esta regra para determinar que fração do feixe é detectada em  $D_1$ , e que fração retorna no sentido da fonte de laser.
- (c) Considere que um fóton é detectado em  $D_1$ . Se um colega lhe perguntasse “por qual caminho rumou o fóton?”, o que você responderia?
- (d) Suponha que um detector de não-demolição  $D_3$  seja inserido no caminho  $A$ . A passagem do fóton único é detectada em  $D_3$ . Qual é a probabilidade de ele ser subsequentemente detectado em  $D_1$  (supondo que ele seja perfeitamente eficiente)? Como você explicaria este comportamento para seu colega?

- (e) Após o término do experimento, o seu colega lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em  $D_3$  o fóton já se encontrava no caminho A?” O que você lhe responderia?
- (f) Com o detector  $D_3$  inserido no caminho A, suponha que ele *não dispara* após o fóton único entrar no interferômetro. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em  $D_1$  (supondo novamente detectores perfeitamente eficientes)?
- (2) Considere o experimento de Stern-Gerlach com detectores  $D_1$  e  $D_2$  que não absorvem o átomo. O observável sendo medido é o componente de spin  $\frac{1}{2}$  na direção  $z$ . O átomo, porém, é preparado numa superposição  $|\psi\rangle_{\text{inic.}} = \frac{4}{5}|\sigma_{+z}\rangle - i\frac{3}{5}|\sigma_{-z}\rangle$ , onde  $|\sigma_{\pm z}\rangle$  são os auto-estados do observável sendo medido.



- (a) Qual é a probabilidade de a medição fornecer o resultado correspondente a spin na direção  $+z$  (indicada na figura)?
- (b) Proponha um arranjo experimental em que você possa medir novamente o spin (na direção  $z$ ) para o mesmo átomo indicado na figura (após a passagem por  $D_1$ ). Esboce um desenho deste arranjo na figura acima.
- (c) Neste caso, qual é a probabilidade de o resultado ser novamente spin na direção  $+z$ ?
- (3) Em 21/06/2010 saiu uma reportagem na *Folha de São Paulo* sobre a entrada da física moderna no currículo do ensino médio. Um dos temas que entraria foi a Dualidade Onda-Partícula, explicada da seguinte maneira:  
 “Uma das grandes descobertas da física quântica, mostra que a luz pode se comportar ao mesmo tempo como onda ou como fluxo de partículas, desafiando a lógica da física clássica.”  
 Faça um comentário sobre essa afirmação.

**Simulado IV**  
 ECF5842 – Fund. MQ  
 Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

**1) Revisão Mach-Zehnder**

**1a)** Considere o experimento do interferômetro de Mach-Zehnder (Fig. IV.1), ajustado para que nenhuma luz incida em  $D_2$ . Após a detecção de um fóton em  $D_1$ , se o diretor do IFUSP lhe perguntasse “por qual caminho rumou o fóton?”, o que você responderia?

**1b)** Nesta montagem, o que acontece com a taxa de contagem de fótons em  $D_1$  se a lâmina de vidro  $H$  for lentamente girada (o que introduz uma variação temporal na fase  $\phi$  do componente  $A$ ).

**1c)** Este “fenômeno” (na acepção de Bohr) é ondulatório, corpuscular ou intermediário?

**1d)** Suponha que um detector de não-demolição  $D_3$  seja inserido no caminho  $A$  (Fig. IV.2), e que a passagem de um fóton é detectada em  $D_3$ . Supondo detectores de eficiência perfeita, qual é a probabilidade de o fóton ser detectado em  $D_2$ ? Como você explicaria este comportamento para seu diretor?

**1e)** Neste caso, o que acontece com a taxa de contagem de fótons em  $D_1$  se a lâmina de vidro  $H$  for lentamente girada?

**1f)** Este fenômeno é ondulatório, corpuscular ou intermediário?

**1g)** Após o término do experimento, o insistente diretor lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em  $D_3$  o fóton já se encontrava no caminho  $A$ ?” O que você lhe responderia?

**1h)** Com o detector  $D_3$  inserido no caminho  $A$ , suponha que ele *não dispara* após o fóton único entrar no interferômetro. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em  $D_2$ ?

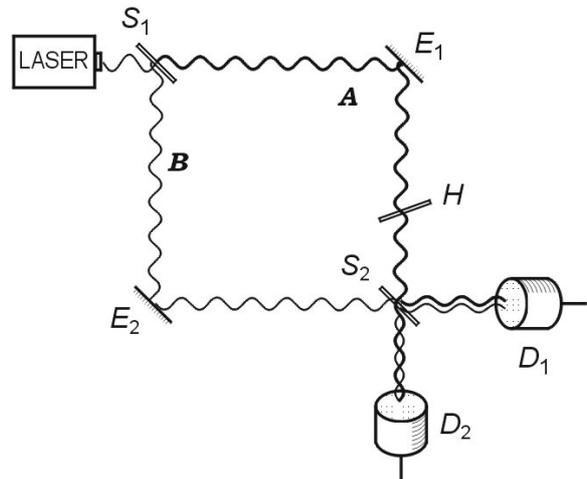


Fig. IV.1

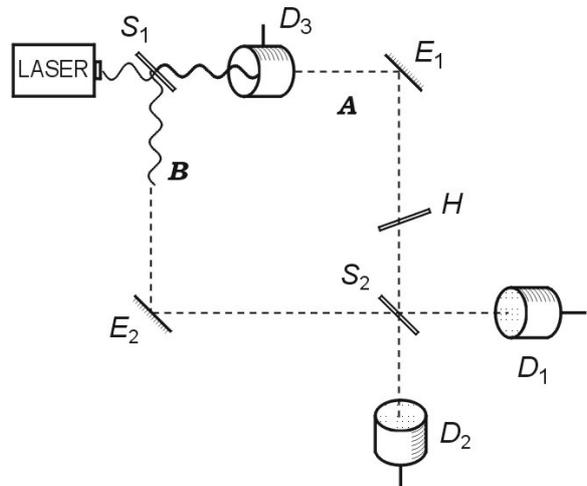


Fig. IV.2

## 2) Aposentadoria do velho divisor de feixe

Após 20 anos de uso, meu velho espelho semi-refletor já não divide o feixe em partes iguais. Pedi ao diretor do IFUSP que analisasse o espelho em seu laboratório, e ele concluiu que o estado de um pacote monofotônico, após passagem pelo espelho semi-refletor  $S_{\text{veio}}$ , é o seguinte:

$$|\psi\rangle = 0,8 |\psi_A\rangle + i 0,6 |\psi_B\rangle$$

2a) Qual a probabilidade de o fóton ser refletido em  $S_{\text{veio}}$ , e ser detectado em  $D_B$ ?

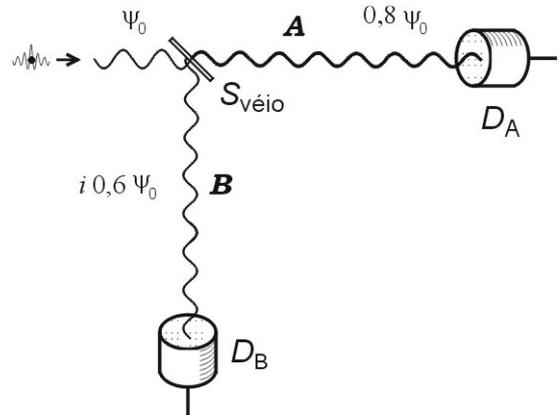


Fig. IV.3

## 3) Experimento de Unruh

Considere agora que um segundo interferômetro (que chamaremos  $CD$ ) é acoplado ao primeiro (que chamaremos  $AB$ ), como aparece na Fig. IV.4. Repare as ondas escuras (vindas de  $A$ ) e claras (vindas de  $B$ ). No caminho  $D$  elas se cancelam, o que é consistente com o vimos no item (1a) acima.

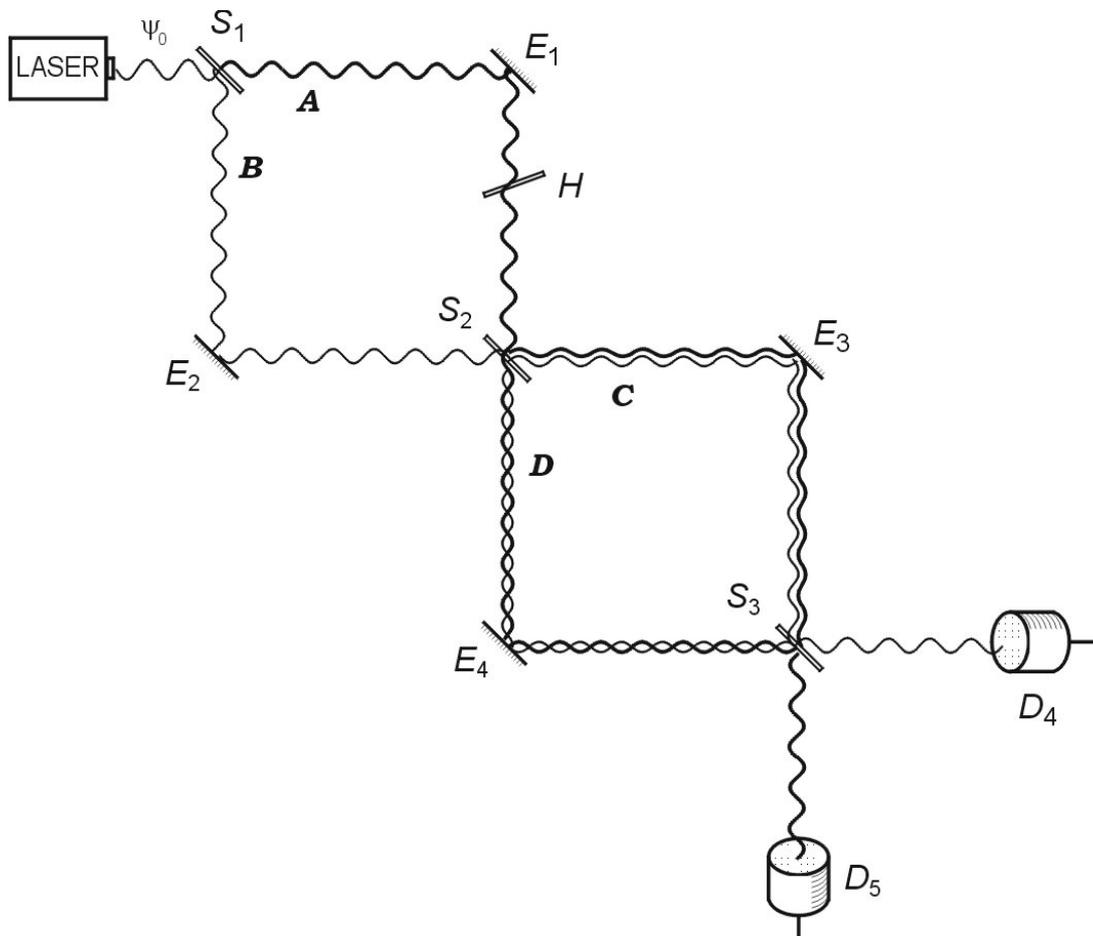


Fig. IV.4

Repare agora uma coisa curiosa, quando bloqueamos o caminho **B**:

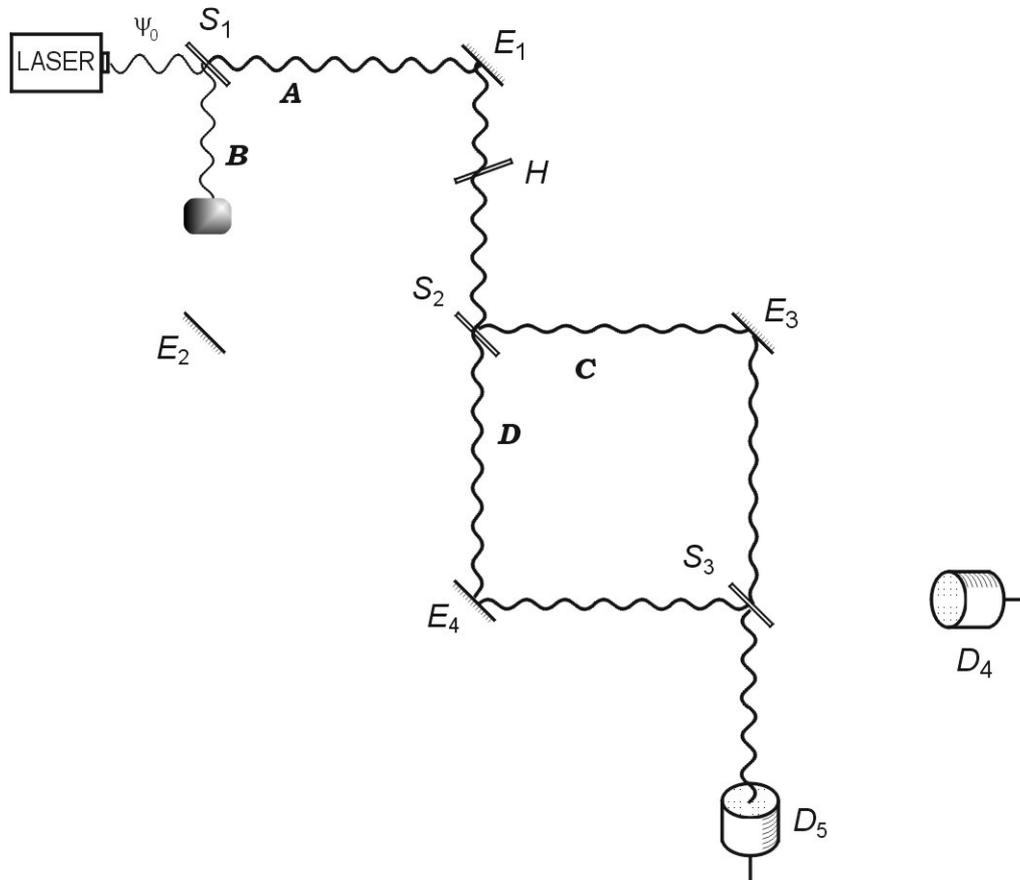


Fig. IV.5

Toda luz cai no detector  $D_5$ ! Analogamente, se bloquearmos o caminho **A**, toda luz cai em  $D_4$ .

- 3a)** Na montagem da Fig. IV.5, considere um fóton detectado em  $D_5$ . Com relação ao interferômetro **AB**, ele corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário? Por quê?
- 3b)** O que acontece com a taxa de contagem de fótons em  $D_5$  se a lâmina de vidro **H** for lentamente girada?
- 3c)** E com relação ao interferômetro **CD**, o mesmo fóton corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário? Por quê?
- 3d)** Tendo visto isso, voltemos para a montagem da Fig. IV.4 (da página anterior). Com relação ao interferômetro **AB**, um fóton detectado em  $D_5$  corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário? Por quê?

Agora suponha que o bloqueador é transferido para o caminho *D*:

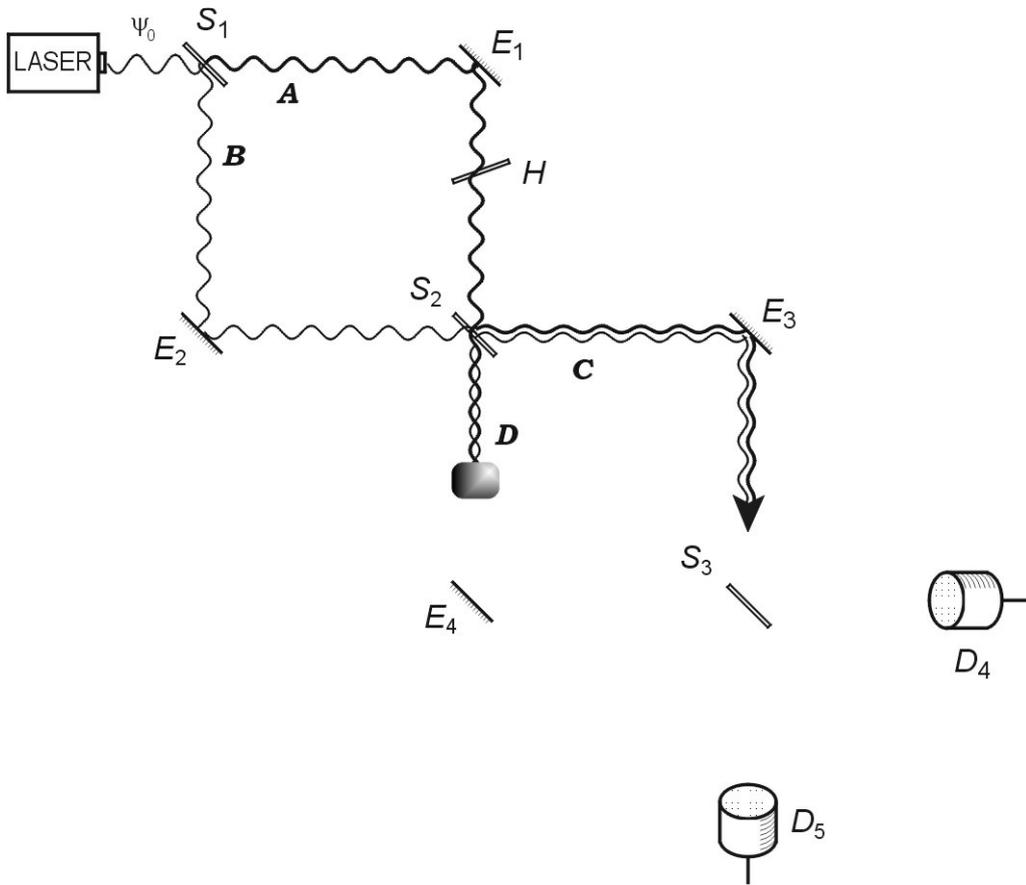
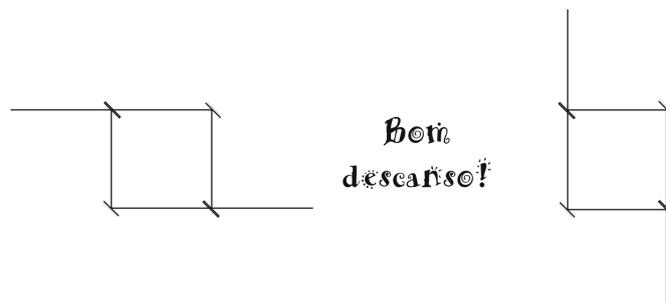


Fig. IV.6

- 3e) Na montagem da Fig. IV.6, qual porcentagem da intensidade inicial da luz,  $|\psi_0|^2$ , é absorvida pelo bloqueador em *D*?
- 3f) Considere um fóton que é detectado em *D*<sub>5</sub>. Com relação ao interferômetro *AB*, ele corresponde a um fenômeno ondulatório, corpuscular ou intermediário?
- 3g) O que acontece com a taxa de contagem de fótons em *D*<sub>5</sub> se a lâmina de vidro *H* for lentamente girada?
- 3h) Compare as respostas das questões 3d (interferômetro sem bloqueadores) e 3f (interferômetro com bloqueador no caminho *D*). Comente.



## Simulado V

ECF5842 – Fundamentos da Mecânica Quântica  
Prof. Osvaldo Pessoa Jr.

- (1) Considere um prisma birrefringente (como a calcita ou o prisma de Wollaston), que divide um feixe de luz em componentes ortogonais (Fig. V.1a). Em 1868, o francês Jules Jamin mostrou que é possível recombinar o feixe com uma lente fina e obter novamente a polarização inicial (Fig. V.1b).

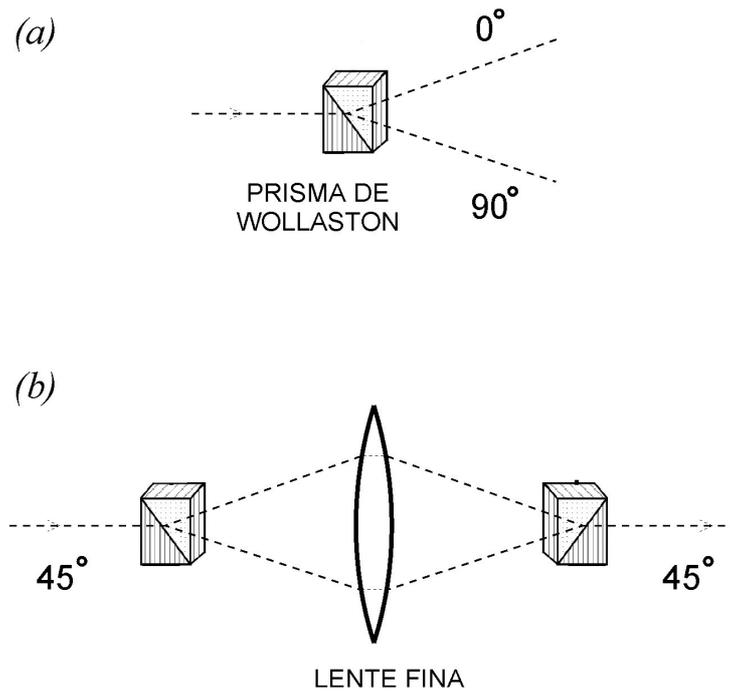


Figura V.1: Separação e recombinação de um feixe de luz polarizada (CFQ, Fig. XV.3).

Lembremos o funcionamento de polarizadores. A luz não passa por polarizadores ortogonais ( $0^\circ$  e  $90^\circ$ ) (Fig. V.2a). Porém, se um filtro a  $45^\circ$  for inserido entre eles,  $1/4$  do feixe passa pelos polarizadores e é detectado (Fig. V.2b).

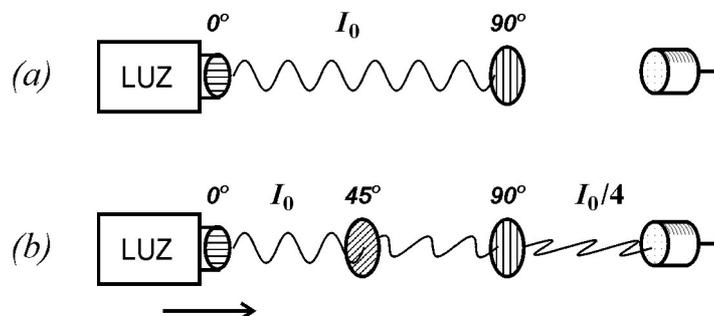


Figura V.2: Revisão do funcionamento de polarizadores (CFQ, Fig. XV.2).

Para utilizarmos esses instrumentos em um experimento quântico, devemos preparar um estado monofotônico de luz, e utilizar um detector sensível a quanta individuais. Considere apenas um único estado monofotônico (preparado com polarização a  $45^\circ$ ) que passa pelo aparelho e ainda passa por um polarizador orientado para deixar passar luz a  $45^\circ$ , como na Fig. V.3.

Vamos supor que todos os instrumentos usados tenham eficiência máxima. A probabilidade de detecção de um fóton em  $D_1$  é 1, certo?

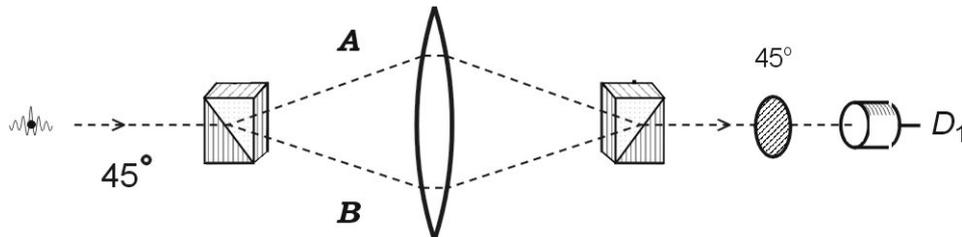


Figura V.3: Montagem básica do experimento de recombinação com prismas birrefringentes.

- (a) Após a realização do experimento, e a detecção de um fóton em  $D_1$ , um torcedor da seleção argentina de futebol lhe pergunta: “por qual caminho rumou o fóton?”. O que você responderia?
- (b) Este “fenômeno”, na acepção de Bohr, é ondulatório, corpuscular ou nenhum dos dois?
- (c) Suponha que um detector de não-demolição  $D_2$  seja inserido no caminho A, conforme a Fig. V.4 (a seguir). Suponha também que a passagem do fóton seja detectada em  $D_2$ . Lembrando da Fig. V.1a, qual é a probabilidade de o fóton também ser detectado em  $D_1$ ? Como você explicaria este comportamento para o torcedor da albiceleste?
- (d) Este fenômeno é ondulatório, corpuscular ou nenhum dos dois?

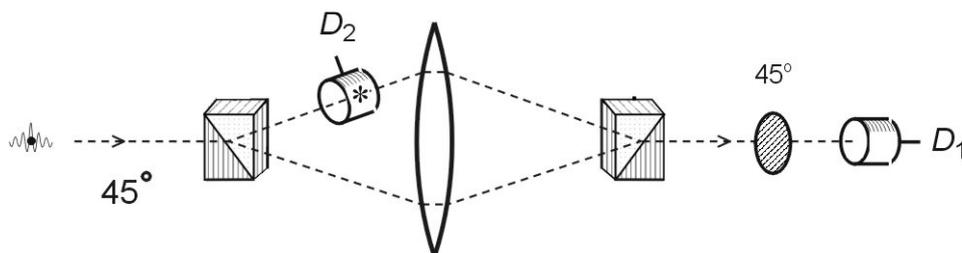


Figura V.4: Montagem com inserção de um detector de não-demolição.

- (e) Após o término do experimento, o insistente hermano lhe pergunta: “posso dizer que antes da detecção em  $D_2$  o fóton já se encontrava no caminho A? O que você lhe responderia?”
- (f) Com o detector  $D_2$  inserido no caminho A, suponha que ele não dispara após o fóton único entrar na aparelhagem. Qual é a probabilidade de ele ser detectado em  $D_1$ ?

- (g) Curiosamente, o simpático torcedor argentino estuda óptica, e ele resolveu lançar-lhe um desafio. Considere a seguinte montagem (Fig. V.5), substituindo o polarizador por um prisma birrefringente que separa componentes a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$ . O fenômeno é corpuscular ou ondulatório? Explique por quê.

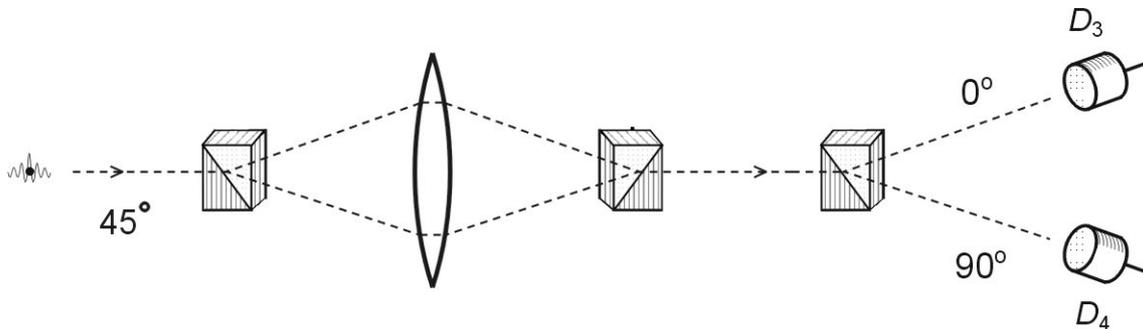


Figura V.5: Montagem sem polarizador e separação do feixe por um prisma adicional.

- (2) Neste exercício, usaremos nossos conhecimentos sobre as probabilidades de obter diferentes valores para uma medição, dado o estado quântico. Na Fig. V.6, um pacote monofotônico inicialmente polarizado a  $-30^\circ$  passa por um prisma birrefringente que separa os componentes  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Após esta passagem, o estado do sistema é:

$$|\varphi\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} |\varphi_{0^\circ}\rangle - \frac{1}{2} |\varphi_{90^\circ}\rangle.$$

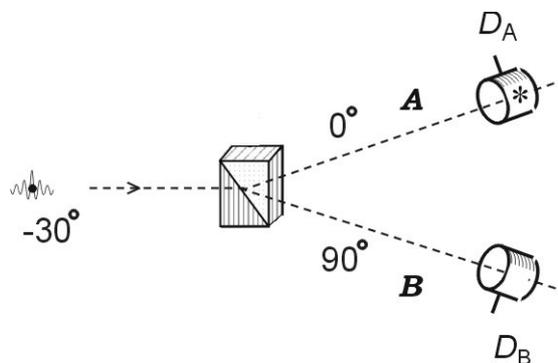
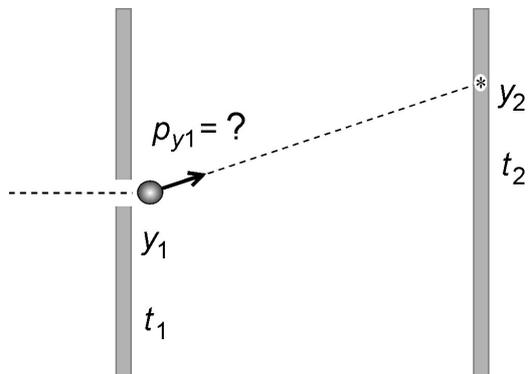


Figura V.6: Medição de não demolição para um pacote monofotônico polarizado a  $-30^\circ$ .

- (a) Qual é a probabilidade de detecção em  $D_A$ , correspondendo à polarização a  $0^\circ$ ?
- (b) Proponha um arranjo experimental em que você possa medir novamente o estado de polarização ( $0^\circ$  ou  $90^\circ$ ) para o mesmo pacote monofotônico indicado na Fig. 6 (após a passagem por  $D_A$ ). Esboce um desenho deste arranjo na figura acima.
- (c) Neste caso, qual é a probabilidade de o resultado ser novamente  $0^\circ$ ?

- (3) Considere a passagem de um elétron por uma fenda pontual localizada na posição  $y_1$ , no instante  $t_1$  (Fig. V.7). Suponha que haja um detector na fenda (garantindo assim que houve uma medição de posição).



*Figura V.7: Passagem de um elétron por uma fenda pontual e subsequente medição de posição (CFQ, Fig. XI.5).*

- (a) Em  $t_1$ , enuncie o princípio de incerteza, envolvendo as grandezas posição ( $y_1$ ) e momento ( $p_{y1}$ ), de uma maneira aceitável para todas as interpretações.
- (b) Por difração, o elétron pode cair, subsequentemente, em qualquer posição da tela detectora. Finalmente, no instante  $t_2$ , o elétron é detectado na posição  $y_2$ . Este “fenômeno” (na acepção de Bohr) é corpuscular, ondulatório ou ambos?
- (c) Levando em consideração que a partícula está livre de forças entre as duas medições, é plausível supor que ela descreve um movimento retilíneo uniforme entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , com momento constante dado por:

$$p_y = m \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}.$$

Infere-se então o valor do momento  $p_{y1}$  logo após o instante  $t_1$ , quando a partícula estava localizada na posição  $y_1$ . Teríamos assim uma determinação simultânea exata de posição e momento logo após o instante  $t_1$ . Isso viola o princípio de incerteza? Explique.