

Experimento do Balde e Espaço Absoluto

Questão: O espaço é absoluto ou relativo?

1. Referenciais Inerciais e Não-Inerciais

Um dos conceitos que surgem da mecânica de Newton é o de *referencial inercial*. Trata-se de um referencial (sistema de referência) em movimento retilíneo uniforme (i.e., com velocidade constante) em relação ao referencial do espaço absoluto. As leis da mecânica clássica são invariantes ante mudanças de referenciais inerciais: eis o princípio de relatividade “galileano”.

Se o referencial não for inercial, a sua aceleração gerará forças “fictícias” nos objetos do sistema. Por exemplo, quando um carro faz uma curva para a esquerda, a motorista desliza para a direita (em relação ao banco do carro), não porque exista uma força real atraindo ela para a direita, mas porque, por inércia, sua tendência natural é permanecer em movimento retilíneo uniforme, e quando o carro vira para a esquerda, a motorista tende a permanecer em linha reta, o que resulta num movimento aparente para a direita, aparente em relação ao carro. No referencial do carro, a força para a direita é fictícia, pois não há fontes que ocasionam esta força, e porque há um referencial inercial externo que explica esta força fictícia a partir da aceleração do carro para a esquerda.

Mas como podemos descobrir se um certo referencial é ou não inercial? Uma proposta inicial seria a seguinte. Analisam-se todas as acelerações dos corpos que compõem o sistema de estudo, e buscam-se as forças responsáveis por essas acelerações, ou seja, as fontes das forças, como massas (que geram forças gravitacionais), cargas elétricas, ímãs, molas, mesas (fonte da força de reação “normal”), pressões, atritos, etc. Se, ao final deste estudo, houver alguma aceleração que não pode ser atribuída a uma interação física, então o referencial é considerado não inercial. Ao se soltar uma pedra para o fundo de um poço, observa-se uma pequena aceleração para leste. Como essa aceleração não pode ser atribuída à força gravitacional ou a um movimento do ar, conclui-se que vivemos num referencial não inercial. De fato, a aceleração para leste é devida à força fictícia de Coriolis, que se origina da rotação da Terra (também para leste).

Tal receita apresenta alguns problemas, pois ela depende de quais interações (que geram as forças) a teoria física aceita. Poder-se-ia talvez, a princípio, postular uma nova interação para explicar a origem da força considerada fictícia. Como saber com certeza?

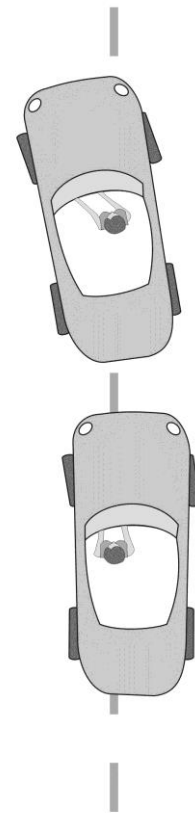


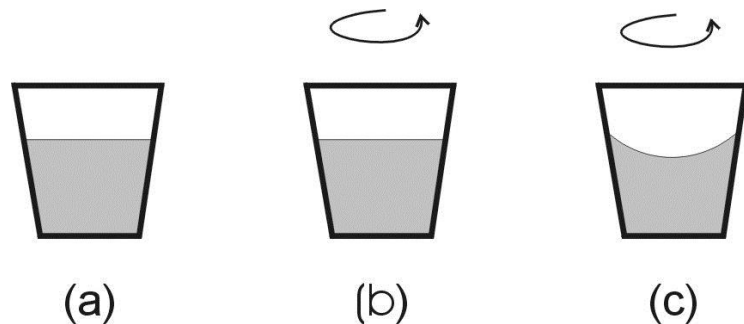
Figura XII.1. Um carro visto de cima faz uma curva para a esquerda, e a motorista se mantém em movimento inercial, em linha reta (em cima da linha de marcação da estrada). No entanto, ela desliza para a direita em relação ao banco do carro, tendo a nítida impressão de sofrer uma força aceleradora para a direita. Esta é uma força fictícia.

2. O Experimento do Balde

Newton apresentou o seguinte argumento em favor da existência de um referencial inercial absoluto, que constituiria um “espaço absoluto”.¹²⁴

Considere um balde parcialmente cheio de água, e vamos supor (Newton não faz isso) que ele repousa em um balão atmosférico a 40 quilômetros acima do Polo Sul. Consideremos três estágios do experimento mental, ilustrados pela Fig. XII.2. (a) Inicialmente o balde está em repouso, e a água também. (b) A seguir, o balde é girado a uma velocidade angular constante, mas neste primeiro instante a água permanece parada, no seu estado inicial (apenas a camada em contato com a parede do balde se movimenta, mas esse movimento é desprezado). (c) Após algum tempo, a água passa a girar com a mesma velocidade angular que o balde, e sua superfície deixa de ser plana, e passa a ter a forma de um paraboloide de revolução.

Figura XII.2: (a) Balde e água parados. (b) Balde girando e água ainda parada. (c) Balde girando e água girando junto.



A tendência da água de subir as paredes do balde é um fenômeno real, consequência de uma aceleração radial da água. Haveria uma força (com fonte bem definida) associada a esta aceleração, ou ela seria o efeito de uma força fictícia (ver seção XII.1)? Claramente trata-se de um efeito que surge do movimento do balde (nenhum outro corpo do Universo foi alterado, ou seja, assume-se uma cláusula de “*ceteris paribus*”). Assim, o efeito é resultante de uma força fictícia no referencial girante do balde; ou seja, da perspectiva de um referencial inercial, o efeito é resultado de uma aceleração: a água tende a sair pela tangente, mas as paredes a impedem, e a fazem subir.

A questão agora é: em relação a que referencial (inercial) se dá esta aceleração? Pois para medirmos uma aceleração (constituindo uma aceleração “relativa”, segundo as definições de espaço e tempo relativos de Newton), devemos fazê-lo em relação a algum sistema de referência. Podemos imaginar diferentes candidatos para este referencial: o balde, a Terra, as estrelas, um espaço absoluto.

Será que o movimento da água *em relação ao balde* é o responsável pela forma paraboloide de sua superfície? Não, argumentou Newton, pois na Fig. XII.2 temos duas situações em que o movimento relativo é igual (*a* e *c*), mas a forma da superfície é diferente.

Talvez então o responsável pela água subir a parede seja o movimento da água *em relação à Terra*. Newton não considerou este caso explicitamente. Mas, segundo a sua teoria da gravitação, se a Terra subitamente parasse de girar, ou se girasse com a mesma velocidade

¹²⁴ NEWTON ([1687] 2008), op. cit. (nota 70), pp. 49-51. Ver também o relato geral de NAGEL (1961), op. cit. (nota 32), pp. 203-14, que introduz o estágio (d), ausente no texto de Newton. Um relato pungente é apresentado por ASSIS, A.K.T. (1998), *Mecânica relacional*, Coleção CLE 22, CLE-Unicamp, pp. 45-54, 68-9, 134-43. Sobre o desenvolvimento da concepção newtoniana, em português: GHINS, M. (1991), *A inércia e o espaço-tempo absoluto de Newton a Einstein*, Coleção CLE v. 9, Unicamp, Campinas (orig. em francês: 1990). BARRA, E.S.O. (1993), “Newton sobre movimento, espaço e tempo”, *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* (série 3) 3, p. 85-115.

angular que o balde, isso não teria efeito algum sobre a água. Portanto, não é a aceleração em relação à Terra que seria responsável pelo movimento radial da água.

Será talvez que o referencial em questão seria fixado pelas *estrelas*, que formam aproximadamente uma casca esférica de matéria, no centro da qual se encontra o balde? Não, pois se pudéssemos girar a casca das estrelas, nenhum efeito surgiria no seu interior, segundo a teoria de Newton. Além disso, era intuitivo para Newton que um movimento circular das estrelas em torno da Terra apenas as fariam se afastar, sem afetar a Terra, como vemos neste manuscrito escrito em torno de 1668, em que critica a concepção relacionista de Descartes:¹²⁵

Da mesma forma, se Deus, com tremenda força, causasse que os céus girassem de leste para oeste [...]. Mas alguém imaginaria que as partes da Terra buscariam se afastar do seu centro por conta da força impressa somente nos céus? Ou não seria mais agradável à razão que, quando uma força é impressa nos céus, estes buscassem retroceder do centro da revolução assim causada, sendo assim os únicos corpos que se movem própria e absolutamente?

O ponto que Newton coloca é que se todas as estrelas revolverem em torno da Terra, isso não geraria uma aceleração centrífuga na Terra (e no balde), mas apenas nas estrelas. Assim, esta situação tem um comportamento diferente daquele em que o balde sozinho gira em torno do seu próprio eixo no sentido oposto. Portanto, de acordo com Newton, não é o movimento relativo entre balde e estrelas que explica o efeito centrífugo na água.

Como nenhum corpo material poderia fixar o referencial em relação ao qual o efeito na água é medido, Newton concluiu que haveria um referencial espacial imaterial, *absoluto*, em relação ao qual se dão todas as acelerações. Seria um referencial inercial, mas não poderíamos determinar sua velocidade em relação a outros referenciais inerciais. De uma perspectiva antirrealista, não teria sentido estipular uma velocidade para este referencial.

Newton completa sua discussão com outro experimento mental, a de dois globos ligados por uma corda, na qual faz menção explícita à rotação em relação às estrelas (o que não faz ao discutir o balde no *Principia*). Quando o sistema gira, surge uma tensão na corda. No entanto, se as estrelas fixas girassem em torno dos globos e estes ficassem parados, não haveria tensão na corda, segundo a física de Newton. Assim, a tensão na corda só poderia ser explicada pela rotação dos globos em relação ao espaço absoluto:

E, assim, poder-se-ia encontrar tanto a quantidade como a determinação desse movimento circular, mesmo em um imenso vácuo, onde não existisse nada externo ou sensível com o qual os globos pudessem ser comparados. (NEWTON, [1687] 2008, p. 51).

3. A Defesa do Espaço Relativo

A primeira defesa do espaço relativo, após o trabalho de Newton, foi feita por Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Ela apareceu em uma troca de cartas com o teólogo inglês Samuel Clarke, amigo de Newton, em 1715-6. O ponto de vista do alemão se baseia no *princípio de razão suficiente*, que em sua segunda carta é expresso da seguinte maneira: “nada acontece sem uma razão pela qual ela deva ser de uma maneira ao invés de

¹²⁵ NEWTON, I. (1668), *De gravitatione et aequipondio fluidorum* (Sobre a gravidade e o equilíbrio dos fluidos), manuscrito publicado postumamente em 1962, no *Unpublished scientific papers of Isaac Newton*, editado por A.R. Hall & M.B. Hall, Cambridge U. Press, pp. 89-121, seguido da tradução dos editores, pp. 123-56. O trecho abaixo está nas pp. 126-7, e o parágrafo integral encontra-se no sítio do curso (texto “Newton-Balde”). Estima-se que o texto foi escrito entre 1664 e 1668, e é uma crítica à mecânica de Descartes, conforme expressa em seus *Princípios de filosofia* (1644), op. cit. (nota 108), parte III, § 38.

outra”. Em sua terceira carta, Leibniz argumenta que um espaço absoluto violaria o princípio de razão suficiente. Pois o espaço é uniforme (ou seja, é o mesmo em todos os pontos), e se ele não contiver coisas materiais, um ponto do espaço não irá diferir de outro ponto. Ora, se houver um espaço absoluto, quando Deus resolveu colocar as coisas no espaço, ele não teria razão nenhuma para colocar as coisas aqui ou acolá, ou orientadas num sentido e não em outro (mesmo mantendo a situação relativa entre elas). Não haveria razão suficiente para a criação das coisas no mundo em uma certa posição e não em outra. Porém, as coisas de fato foram criadas. Assim, o espaço absoluto não poderia existir. Como mencionamos na seção VII.3, espaço seria a ordem das coexistências, ou seja, seria a própria *relação* entre as coisas materiais.

O problema do balde não foi satisfatoriamente resolvido por Leibniz. Na verdade, foi Clarke (que tinha contato próximo com Newton) quem vislumbrou a possibilidade de que “se um corpo existisse sozinho, seria incapaz de movimento, ou que as partes de um corpo que circula (ao redor do Sol, p. ex.) perderiam a força centrífuga que nasce de seu movimento circular, se toda a matéria exterior que as cerca fosse aniquilada”.¹²⁶ Note-se também que Leibniz não percebeu que sua teoria relacional do espaço e tempo deveria entrar em contradição com sua noção de que a energia cinética (*vis viva*) teria um valor absoluto.

Outro filósofo que defendeu o espaço relativo foi o bispo irlandês George Berkeley (1685-1753), que na sua obra *De motu* (1721) afirmou que “seria suficiente, para determinar o movimento e o repouso verdadeiros [...], considerar o espaço relativo, ao invés do espaço absoluto, enquanto confinado pelo céu das estrelas fixas, que se considera estar em repouso”.¹²⁷ No entanto, ao analisar o experimento do balde girante, não invocou de maneira clara esta explicação.

Essas questões foram discutidas nas décadas seguintes, mas foi só com Ernst Mach (1838-1916) que as teses relacionais receberam uma sustentação mais forte, em sua obra *A ciência da mecânica* (1883). Sua ideia básica foi considerar que “todo o universo” ou “as estrelas fixas” é que estabelecem o referencial a partir do qual as velocidades têm significado, assim como a lei de inércia. Segundo Mach:¹²⁸

[...] se nos mantivermos no terreno dos fatos, então só conhecemos espaços e movimentos *relativos*. Não considerando aquele meio desconhecido do espaço [o espaço absoluto], *relativamente* os movimentos do Universo são os mesmos, quer adotemos o ponto de vista de Ptolomeu [ou melhor, de Tycho Brahe], quer adotemos o de Copérnico. Ambas as concepções são igualmente corretas; só que a última é mais simples e *mais prática*. O sistema do universo não nos é dado *duas vezes*, uma com a Terra em repouso e outra com a Terra em movimento; mas apenas *uma única vez*, com seus movimentos *relativos*, os únicos determináveis. [...] O experimento de Newton com o balde de água girante nos ensina apenas que a rotação relativa da água com respeito às paredes do balde não produz *nenhuma* força centrífuga perceptível, mas que tais forças *são* produzidas pela sua rotação relativa com respeito à massa da Terra e de outros corpos celestes. (p. 232)

Para mim, só existe o movimento relativo, e não vejo, com respeito a isso, nenhuma distinção entre rotação e translação. Quando um corpo se move relativamente às estrelas fixas, forças centrífugas são produzidas; quando ele se move relativamente a algum outro corpo, tais forças centrífugas não se produzem. Não me oponho a que se chame a

¹²⁶ LEIBNIZ ([1716] 1979), op. cit. (nota 72), quinta resposta de Clarke a §26-32, p. 221. O relato e análise de ASSIS (1998), op. cit. (nota 124), pp. 105-43, contém várias citações.

¹²⁷ BERKELEY, G. ([1721] 2006), “De motu (Sobre o movimento ou sobre o princípio, a natureza e a causa da comunicação dos movimentos)”, trad. Marcos R. da Silva, *Scientiae Studia* 4(1), 115-37; citação do § 64, p. 133.

¹²⁸ MACH, E. ([1883] 1902), op. cit. (nota 73).

primeira rotação de “absoluta”, se lembrarmos que isso não significa nada mais do que *rotação relativa com respeito às estrelas fixas*. Podemos fixar o balde de água de Newton, mas girar as estrelas fixas, e *então* provar a ausência de forças centrífugas? (pp. 542-3)

A tese de que o espaço, tempo e velocidades são relativos passou a ser conhecido como *princípio de Mach*. Ele implica que as forças fictícias são reais e geradas pelo movimento em relação à matéria (não a um espaço absoluto).

Uma evidência experimental, de que o espaço absoluto poderia ser substituído pelo referencial médio do conjunto das estrelas do Universo, foram as observações do astrônomo Hugo von Seeliger,¹²⁹ que indicavam que o sistema inercial que se estabelece na Terra coincide com o sistema empírico obtido a partir da observação das estrelas. Em termos newtonianos, isso seria expresso dizendo que “o conjunto das galáxias não gira em relação ao espaço absoluto”.

Uma consequência do princípio de Mach, incorporado na abordagem conhecida como “Mecânica Relacional”, é a tese de que a *massa inercial* de um corpo é devido à interação gravitacional com todos os outros corpos do Universo (ver item 1 da seção seguinte). Ou seja, se toda a matéria do Universo, fora do Sistema Solar, desaparecesse,¹³⁰ você poderia parar um caminhão que estivesse se movendo em ponto morto na horizontal com suas próprias mãos (desde que seus pés estivessem em contato com o chão ou com uma parede, por meio de forças eletrostáticas)! Isso ocorreria porque a massa inercial do caminhão ficaria reduzida, já que a quantidade de matéria no Universo se reduziu.

A Mecânica Relacional redescoberta por André Assis, da Unicamp, pode ser considerada uma teoria mais completa que a mecânica newtoniana, e implementa o princípio de Mach utilizando-se de uma expressão para o potencial gravitacional que depende não só das posições relativas mas também das velocidades relativas entre os corpos. Tal expressão para a força foi derivada pela primeira vez por Wilhelm Weber em 1848, no contexto do eletromagnetismo. Na gravitação, foi introduzida na década de 1870, por Gustav Holzmüller e François Tisserand. A ideia de que a massa inercial surge da interação com a matéria do resto do Universo apareceu no final do séc. XIX. Essa ideia também se aplica para a origem da energia cinética dos corpos em movimento. Em 1925, Erwin Schrödinger desenvolveu a Mecânica Relacional de forma independente, considerando-a “como sendo pelo menos um estágio intermediário permissível e útil [em direção à teoria da relatividade geral], que torna possível compreender, de maneira simples mas ao mesmo tempo sensata, uma situação empírica simples através de concepções que são familiares a todos.”¹³¹

¹²⁹ Mach menciona as observações de Seeliger em 1912, na 7th edição alemã de *A ciência da mecânica*. Ver: MACH, E. (1915), *The science of mechanics. Supplement to the third English edition*, transl. P.E.B. Jourdain, Open Court, Chicago, p. 39. Isso é discutido por ASSIS (1998), op. cit. (nota 124), p. 126.

¹³⁰ Em termos de demônios, esta ação seria implementada por um “demônio aniquilador” que viola o princípio de conservação de massa-energia ao fazer sumir matéria do Universo (ou fazer aparecer). Sua ação viola mais leis do que ação do “demônio transportador” (seção II.7), que pode viajar a velocidades maiores do que a da luz, e do que “Atlas, o demônio forçado”, que pode fazer a Terra girar na velocidade angular do balde de Newton (seção XII.2), pode mover o Sol a velocidades subluminais (seção XXI.2), e pode implementar o experimento mental dos gêmeos viajantes (seção IX.1), ao fazer o foguete se aproximar da velocidade da luz.

¹³¹ ASSIS, A.K.T. & PESSOA JR., O. (2001), “Erwin Schrödinger e o princípio de Mach”, *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* (série 3) *II*, 131-52; ver p. 145. Sobre a história da mecânica relacional, ver ASSIS (1998), op. cit. (nota 124), pp. 297-319. É plausível supor que se Einstein não tivesse desenvolvido a Teoria da Relatividade Geral (TRG) em 1916, a Mecânica Relacional poderia ter ascendido a teoria hegemônica, devido a sua maior capacidade explicativa do que a Newtoniana, até o posterior desenvolvimento da TRG, após 1960.

4. Princípio de Mach e a Teoria da Relatividade Geral

Albert Einstein formulou sua teoria da relatividade geral de 1916 tendo sido influenciado pelas ideias relacionais de Mach. Desde 1912 Einstein utilizava o princípio, quando calculou o aumento da massa inercial de um corpo ao ser colocado no interior de uma casca esférica, e sua aceleração induzida pela rotação da casca.

Com a teoria da relatividade geral, Einstein generalizou sua teoria da relatividade restrita impondo que “as leis da física devem ter uma estrutura tal que a sua validade permaneça em sistemas de referência animados de qualquer movimento”, e não apenas para referenciais inerciais. Ou seja, ele impôs a igualdade na forma das equações em todos os sistemas de referência. Esta invariância na forma das equações não tinha sido sugerida por Mach.

Einstein¹³² considerava que quatro consequências têm de ser obtidas em qualquer teoria que implemente o princípio de Mach:

1) A inércia de um corpo deve aumentar se se acumulam na sua vizinhança massas ponderáveis. (“A matéria lá governa a inércia aqui”, p. 546 de MISNER et al., 1970, que chamam isso de “princípio de Mach”.)

2) Um corpo deve sofrer uma força aceleradora quando massas vizinhas são aceleradas; a força estaria no mesmo sentido que a aceleração.¹³³

3) Um corpo em movimento de rotação deve produzir no seu interior um “campo de Coriolis” que faz com que corpos em movimento sejam desviados no sentido da rotação; deve ainda produzir um campo de forças centrífugas radial (Lense-Thirring, 1918).

4) Um corpo em um universo vazio não deve ter inércia; ou, toda inércia de qualquer corpo tem que vir de sua interação com outras massas no universo.

Inicialmente, antes de 1918, Einstein pensava que estas quatro consequências estavam contidas na relatividade geral, e que portanto seria possível implementar o princípio de Mach em sua teoria. De fato, em 25 de junho de 1913, Einstein escreveu para o Ernst Mach, então com 75 anos, para lhe dizer que um eclipse solar poderia testar a nova teoria da relatividade geral, que estava desenvolvendo:

Se isto acontecer, então as suas felizes investigações sobre os fundamentos da mecânica, a despeito das críticas infundadas de Planck, receberão uma brilhante confirmação. Pois ocorre necessariamente que a inércia se origina em uma espécie de interação entre os corpos, bem de acordo com as suas considerações sobre o experimento do balde de Newton. [...]

¹³² EINSTEIN, A. (1958), *O significado da relatividade*, trad. de M. Silva, Arménio Amado, Coimbra, p. 123 (orig. em alemão: 1922).

¹³³ Para a Mecânica Relacional, você pode sempre se considerar em repouso, mesmo quando estiver em um trem desacelerando. Neste caso, os prédios e as montanhas, que estavam com velocidade constante para trás, sofrem uma aceleração para frente e para trás (em relação a você). Em consequência deste item (2), você também sofre uma aceleração para frente. Este caso é explicado pela Mecânica Newtoniana com o princípio de inércia, mas não a aceleração orbital da Lua no caso em que a Terra comece a girar mais rapidamente.

Segue na carta¹³⁴ um esboço de três das quatro consequências listadas acima. Em meados de 1918, porém, foi obrigado a abandonar a quarta consequência, e assim, aos poucos, foi abandonando o princípio de Mach. O que ocorreu foi o seguinte.

As primeiras soluções obtidas para sua equação de campo gravitacional (como a de Schwarzschild) supunham como condição de contorno que a métrica no infinito era “minkowskiana”, ou seja, idêntica à da relatividade restrita. Isso ia contra o princípio de Mach, pois (i) a métrica local não seria determinada apenas pela distribuição de matéria, mas também por uma condição de contorno, e (ii) se o universo fosse vazio, sua métrica seria toda minkowskiana, mas com isso ter-se-ia um espaço absoluto no qual um corpo de prova teria inércia (mesmo na ausência de outras massas).

Por que a inércia é determinada pela métrica do espaço-tempo? Ora, a métrica estabelece as geodésicas, que são os análogos das retas em um espaço curvo (ver seção XIII.2). Assim, havendo métrica, seria possível distinguir um movimento inercial (ao longo da geodésica no espaço-tempo) de um movimento acelerado devido a forças não gravitacionais, que foge da geodésica. Se os globos de Newton (seção XII.2) fossem colocados neste universo, seu estado de aceleração circular seria distinguível (por meio da força de tensão na corda elástica que liga os globos, tensão esta de natureza elétrica, em nível molecular) do seu estado inercial (em que a tensão radial é mínima).

Para manter o princípio de Mach, Einstein propôs em 1917 o seu famoso modelo cosmológico no qual o universo é fechado (como a superfície de uma esfera, ver Fig. XIII.3), de forma que não há contorno: a métrica seria determinada apenas pela distribuição de matéria, e não por condições de contorno. Nota-se que, para conseguir um universo fechado estático (a expansão do universo não era ainda conhecida), Einstein teve que modificar suas equações, introduzindo uma constante cosmológica. Concluiu assim ter conseguido implementar o princípio de Mach. No entanto, ainda em 1917 o astrônomo holandês Willem de Sitter mostrou que as equações modificadas admitiam uma solução para um universo *vazio*, que correspondia a um universo em expansão! Após passar um ano tentando mostrar que a solução de de Sitter era fisicamente inaceitável (devido a alguma singularidade), Einstein abandonou suas tentativas de implementar rigorosamente o princípio de Mach. Em 1951, A.H. Taub mostrou também que as equações de Einstein sem a constante cosmológica podem gerar um espaço com métrica curva na ausência de matéria.¹³⁵

O fato de a Teoria da Relatividade Geral permitir soluções que violem o princípio de Mach não significa que o princípio não seja verdadeiro. Com efeito, há propostas como a de John Wheeler (1964) de se utilizar o princípio de Mach na Relatividade Geral para *selecionar* condições iniciais, de contorno ou de simetria apropriadas para o Universo. Mesmo aceitando a validade da Relatividade Geral, é um problema em aberto a questão da validade do princípio de Mach. Ou seja, a questão de se o espaço é absoluto ou relativo ainda está aberta!

¹³⁴ A carta manuscrita aparece com tradução parcial em MISNER, C.W.; THORNE, K.S. & WHEELER, J.A. (1970), *Gravitation*, Freeman, San Francisco, pp. 544-5. Em classe lemos sobre o debate Planck vs. Mach, em que o primeiro critica em 1910 a mecânica de Mach por não fornecer frutos: “[...] seus ‘frutos’ não chegam a muito. Mas talvez algum dia no futuro? Ficaria feliz se os fatos me corrigissem”. A ironia é que Planck teve que ficar feliz!

¹³⁵ ASSIS & PESSOA (2001), op. cit. (nota 130), pp. 135-9. Uma referência não citada neste artigo é: GRÜNBAUM, A. (1964), “The philosophical retention of absolute space in Einstein’s general theory of relativity”, in SMART, J.C.C. (org.), *Problems of space and time*, Macmillan, New York, pp. 313-7. Ver também SKLAR, L. (1974), *Space, time, and spacetime*, U. California Press, Berkeley, pp. 216-21. Outra boa referência histórica é JAMMER (2000), op. cit. (nota 120), cap. 5.