Cap. XIV

Determinismo e Probabilidade

Questão: A natureza é determinista ou há eventos sem causa suficiente?

1. Determinismo e Previsibilidade

O *determinismo estrito* é a tese de que o estado presente do Universo (ou os estados do passado e do presente) fixa de maneira unívoca o estado do Universo em qualquer instante do futuro. Esta tese é sugerida pela mecânica clássica, para a qual, dados as condições iniciais e de contorno de um sistema, e dadas as equações diferenciais que regem a evolução do sistema, o estado em qualquer instante futuro poderia em princípio ser calculado.

Segundo a mecânica clássica, o determinismo estrito vale também para um sistema completamente isolado do resto do Universo, ou para um sistema cuja evolução não é afetada de maneira significativa pelo ambiente. Se a evolução de um sistema for *previsível* para qualquer estado inicial, isso indica que o sistema é determinista, mas o contrário não é válido. Ou seja, se constatarmos que um sistema é imprevisível, isso não implica que ele seja indeterminista, pois pode acontecer que não tenhamos acesso a todas as variáveis que influenciam a evolução do sistema. Esta situação em que há um determinismo escondido é às vezes chamada de "criptodeterminismo". Notemos que o termo "determinismo" é uma designação ontológica, pois se refere à natureza do mundo, ao passo que "previsibilidade" é um termo epistemológico, relativo à capacidade que temos de conhecer o futuro.[117]

Um exemplo de sistema imprevisível é fornecido pela Física Quântica, teoria desenvolvida em 1926. Após a consolidação desta teoria, achava-se que ela tinha mostrado que o mundo é essencialmente indeterminista, mas em 1952 David Bohm forneceu uma interpretação determinista da Física Quântica. Como resultado disso, a questão de se a natureza é determinista ou não permanece como um problema aberto.

Apesar da imprevisibilidade para resultados de medições individuais, a Física Quântica permite que se façam previsões precisas sobre as frequências estatísticas com as quais diferentes resultados ocorrem. Pode-se assim falar de um *determinismo estatístico*.

Se o Universo não for estritamente determinista, tem-se uma situação de indeterminismo, probabilismo ou "tiquismo" (termo usado pelo filósofo estadunidense Charles Peirce, a partir do termo grego *tyche*, que é acaso). Pode-se também falar em "estocasticidade", mas geralmente um sistema estocástico (como um grão de pólen em movimento browniano) é consistente com um determinismo em uma escala inferior (por exemplo, entre os átomos que fazem o grão de pólen flutuar). Outros termos usados são "aleatório" ou "caótico", que são mencionados nas seções XIV.4 e 5.

Outra maneira de caracterizar um sistema indeterminista é falar em "perda de causalidade", ou afirmar que ocorrem eventos *sem causa*, que ocorrem espontaneamente. Isso iria contra o "princípio de razão suficiente" de Leibniz (visto na seção XII.3), para o qual tudo tem que ter uma razão (uma causa) para acontecer.

---

[117] A melhor referência a respeito do determinismo é EARMAN, J. (1986), *A primer on determinism*, Reidel, Dordrecht, que parte de uma definição de determinismo dada pelo psicólogo William James em 1884. O termo "criptodeterminismo" foi cunhado por WHITTAKER, E.T. (1943), "Chance, freewill and necessity in the scientific conception of the universe", *Proceedings of the Physical Society 55*, 459-71.

2. O Demônio de Laplace

Ao definirmos um sistema determinista, escrevemos que seria "em princípio" possível prever com exatidão o futuro desse sistema. Uma maneira de exprimir isso de forma um pouco diferente foi feita por Pierre-Simon Laplace (1749-1827), em sua famosa defesa do determinismo:

> Podemos considerar o estado atual do universo como o efeito de seu passado e a causa de seu futuro. Uma inteligência que, em um instante determinado, deveria conhecer todas as forças que põem em movimento a natureza, e todas as posições de todos os objetos dos quais a natureza é composta, se esta inteligência fosse ampla o suficiente para submeter esses dados à análise, ela englobaria em uma única fórmula os movimentos dos maiores corpos do universo e dos menores átomos; para tal inteligência nada seria incerto e o próprio futuro, assim como o passado, estariam evidentes a seus olhos.[118]

Essa "inteligência" imaginada por Laplace foi posteriormente chamada de "demônio de Laplace", onde "demônio" deve ser entendido no sentido original grego, como um semi-deus (*daimon*) ou super-herói, sem ser necessariamente do mal.

O demônio de Laplace teria que ter pelo menos quatro propriedades para funcionar: (i) *Onisciência instantânea*: Conheceria o estado de todo o Universo em um instante do tempo, com resolução e acurácia perfeitas. (ii) *Erudição nomológica*: Conheceria com exatidão todas as leis que regem o Universo. (iii) *Super-computação*: Seria capaz de realizar o cálculo mais complicado em um intervalo de tempo insignificante. (iv) *Não distúrbio*: A atuação do demônio não afetaria em nada o funcionamento do Universo.

Com essas quatro propriedades, pode-se definir o determinismo estrito da seguinte maneira. Se o demônio de Laplace partir do conhecimento do estado atual do Universo, e fizer uma previsão sobre qual será o estado exato do Universo depois de um certo tempo t, então se ele acertar 100% de suas previsões, o Universo será determinista, se não, será indeterminista.

Muitos autores não gostam desta caracterização de determinismo porque ela depende da noção de "previsão", que é de natureza epistemológica (mesmo que por parte de um demônio superpoderoso). Alternativas mais "ontológicas" seriam definir o determinismo a partir da noção de "cópia idêntica" ou de "mundos possíveis". No primeiro caso, pode-se afirmar que se uma cópia fosse feita de nosso Universo, mantendo-se idênticos todas as propriedades e estados em uma certa fatia de tempo, então todas as propriedades e estados futuros dos dois universos seriam idênticos. No segundo caso, preferido por EARMAN (pp. 7, 13), consideram-se todos os mundos possíveis que satisfazem as leis naturais de nosso mundo atual. O determinismo laplaciano é satisfeito se, dados quaisquer dois desses mundos possíveis, se seus estados forem idênticos em um certo instante de tempo, então serão idênticos para qualquer instante futuro.

Qualquer que seja a definição adotada, é interessante definir *variedades não-laplacianas de determinismo*, que podem ser caracterizadas por um par (R_1, R_2) de regiões do espaço-tempo (EARMAN, p. 17). Se R_1 for uma fatia instantânea do tempo, e R_2 o espaço-tempo para um tempo futuro em relação à fatia anterior, então tem-se o determinismo laplaciano definido anteriormente. Mas ao invés de se referir a um instante t_1, R_1 poderia se referir a um *intervalo* de tempo Δt, que poderia iniciar-se no começo dos tempos; um universo poderia satisfazer esse tipo de determinismo, mas violar o determinismo laplaciano. Podemos

[118] LAPLACE, P.-S. (2010), *Ensaio filosófico sobre as probabilidades*, introdução, trad. P.L. Santana, Contraponto/Ed. PUC-Rio, Rio de Janeiro, original em francês: 1814.

ter qualquer combinação de R_1 e R_2, resultando em um "(R_1, R_2)-determinismo" possivelmente diferente do laplaciano.

O Universo em bloco, defendido pelos eternistas (seção VIII.1), é consistente com o indeterminismo definido pelo demônio de Laplace. Mesmo que o futuro já esteja "dado" de alguma maneira, se o demônio não conseguir acertar as previsões (pois a passagem de um instante para outro pode envolver "quebras" nas leis de evolução de sistemas físicos), o Universo será considerado tiquista (de acordo com a definição envolvendo o demônio de Laplace).

3. Probabilidade

A discussão sobre se a física quântica é (cripto-)determinista ou indeterminista pode ser reformulada com relação a se a noção de "probabilidade" é epistêmica ou ontológica. Se afirmo que a probabilidade de obter um resultado em um experimento quântico é ½, isso é uma expressão da minha ignorância a respeito de todos os fatores causais envolvidos – situação típica da mecânica estatística clássica – ou exprime uma indefinição essencial da realidade? No primeiro caso, quando atribuímos uma probabilidade apenas por falta de informação, fala-se em uma noção *epistêmica* de probabilidade, ao passo que em um Universo tiquista ou indeterminista tem-se uma *probabilidade ontológica* (neste caso, nem o demônio de Laplace conseguiria prever com certeza o estado futuro do Universo).

Um exemplo dessa distinção pode ser tirado da biologia. Uma mulher grávida pode perguntar ao médico qual é a probabilidade de seu filho ter olhos claros, e ele poderá responder que é ½. Esta é uma probabilidade epistêmica, pois a cor dos olhos já está definida no cromossomo do feto, e a probabilidade é atribuída devido à ignorância que se tem a respeito do gene, que na realidade já está definido. Por outro lado, esta mesma mulher poderia perguntar qual é a probabilidade de um segundo filho, ainda não concebido, ter olhos claros. Se supusermos que o futuro é "aberto" (ou seja, a evolução do Universo é indeterminista), então a resposta do médico, de que tal chance é ½, seria uma probabilidade ontológica. E se o Universo seguir o determinismo estrito?

A noção de probabilidade é fundamental na ciência, mas é curioso que haja diferentes interpretações a respeito do que seja probabilidade. Vejamos algumas delas[119]:

1) *Interpretação clássica*. Esta é a visão tradicional, defendida por Laplace (1814), que define a probabilidade como a razão entre os casos favoráveis e o total de casos igualmente possíveis. O que define os casos igualmente possíveis é um "princípio de indiferença", que afirma que dois casos são igualmente prováveis se não há razão para preferir um em relação ao outro. Assim, um dado simétrico teria seis casos equiprováveis. Porém, como caracterizar as probabilidades em um dado enviesado?

2) *Interpretação frequentista*. No caso de um dado enviesado, a abordagem frequentista sugere jogá-lo um grande número de vezes e anotar as frequências relativas em que cada lado cai. No limite para um número infinito de jogadas, ter-se-iam as probabilidades de cada caso. Este é o procedimento costumeiramente usado nas ciências empíricas, mas em termos rigorosos há um problema envolvendo a passagem de uma sequência finita de observações para uma sequência infinita. Desenvolvida primeiramente por John Venn (1866), foi aprofundada por Richard von Mises (1928) e Hans Reichenbach (1935).

---

[119] Ver as pp. 66-89 em: EARMAN, J. & SALMON, W.C. (1992), "The confirmation of scientific hypothesis", in SALMON, M.H. et al., *Introduction to the philosophy of science*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (NJ), pp. 42-103. Uma versão resumida aparece nas pp. 233-41 de: HOME, D. & WHITAKER, M.A.B. (1992), "Ensemble interpretation of quantum mechanics: a modern perspective", *Physics Reports 210*, 223-317.

3) *Interpretação das propensões*. Um problema com a interpretação frequentista é que a probabilidade parece não se aplicar para um evento único, mas para uma classe (sequência) de eventos (uma abordagem instrumentalista). Karl Popper (1957) buscou corrigir isso, de uma perspectiva realista, introduzindo a noção de "propensão", que seria a probabilidade de um evento único. A obtenção da frequência relativa seria um procedimento para medirmos a propensão (mas não para defini-la), e seu valor seria pré-existente às medições.

4) *Interpretação logicista*. Segundo esta visão, a probabilidade de uma crença mede o grau de confiança que se pode racionalmente ter a respeito dela com base na evidência disponível. A probabilidade $p(h/e)$ seria assim uma relação lógica entre proposições: entre uma hipótese h e as evidências disponíveis e. Em outras palavras, a probabilidade mede o grau com que e implica logicamente h (se a probabilidade for 1, tem-se uma dedução lógica). Essa visão foi desenvolvida por John Maynard Keynes (1921) e Rudolf Carnap (1950), entre outros. Seu maior problema é a dificuldade de ser aplicada, já que não estipula critérios para determinar probabilidades iniciais.

5) *Interpretação subjetivista*. Para contornar este último problema, a interpretação desenvolvida por Frank Ramsey (1926), Bruno de Finetti (1937) e Leonard Savage (1954) parte da admissão de que as probabilidades iniciais, com as quais abordamos problemas reais, são sempre subjetivas ou "chutadas". Mesmo admitindo isso, porém, é possível ir melhorando nossa avaliação subjetiva com base em novas evidências, e da aplicação do teorema de Bayes: $p(h/e) = p(h)\cdot p(e/h)/p(e)$. A avaliação do grau inicial de crença que uma pessoa possui é geralmente traduzida em termos das apostas (com dinheiro) que tal pessoa faria.

6) *Interpretação bayesiana objetivista*. Inspirado na abordagem subjetivista, o físico Edwin Jaynes (1957) iniciou uma abordagem que procura atribuir o grau inicial de crença com base em critérios objetivos, relacionados com a noção de entropia.

4. Definições de Aleatoricidade

Como caracterizar o que é genuinamente *aleatório*? A definição tradicional, provinda da física, atribui este termo a *processos*: por exemplo, lançar uma moeda seria um processo aleatório, independentemente do resultado da sequência (ou seja, mesmo que o resultado fosse "0101010101").

Na década de 1960, alguns matemáticos[120] passaram a buscar um critério que caracterizasse uma *sequência* aleatória, independentemente de como ela tenha sido gerada na prática (ou seja, um critério que distinguisse "0100101101" de "1111111111"). Isso foi conseguido com a noção de *complexidade algorítmica*, que é o tamanho do menor programa de computador que gera a sequência. Para uniformizar este critério, este programa deve ser escrito na linguagem de um computador abstrato conhecido como "máquina de Turing". Uma sequência não aleatória, como "1111111111", seria programada da seguinte maneira: "repita o digito '1' até o final da sequência", o que tem um tamanho fixo, qualquer que seja o tamanho da sequência. Por outro lado, não há um programa simples para gerar a sequência de dígitos do número π: o menor programa é simplesmente aquele que escreve os dígitos da própria sequência. Em outras palavras, o valor máximo da complexidade algorítmica de uma sequência binária gira em torno do seu próprio tamanho. E é esta a definição de uma sequência binária aleatória: *aquela cuja complexidade algorítmica não é menor do que seu comprimento*.

[120] Estes matemáticos foram Ray Solomonoff (1964), Andrey Kolmogorov (1965), Gregory Chaitin (1966) e Per Martin-Löf (1966). Algumas referências são: CHAITIN, G.J. (1975), "Randomness and mathematical proof", *Scientific American 232(5)*, pp. 47-52; FORD, J. (1983), "How random is a coin toss?", *Physics Today 36(4)*, abril, pp. 40-7. Sobre a comparação com métodos práticos de geração de números pseudoaleatórios, ver COMPAGNER, A. (1991), "Definitions of randomness", *American Journal of Physics 59*, 700-5.

Outra questão é a de gerar sequências aleatórias para serem usadas em métodos estatísticos de modelagem computacional, métodos esses que são conhecidos genericamente como simulações de “Monte Carlo”, em alusão ao famoso cassino. Geralmente, tais sequências são geradas a partir de uma computação determinística, e por isso são chamadas “pseudo-aleatórias”. Uma maneira simples de efetuar uma computação genuinamente aleatória (no sentido físico, mencionado no início desta seção) é introduzir no cálculo o horário exato (por exemplo, em milissegundos) em que a computação está sendo realizada.

5. Caos Determinístico e Sensibilidade a Condições Iniciais

No início da década de 1970, com o uso disseminado de computadores na ciência, tornou-se clara uma grande classe de comportamentos físicos que foi denominada “caos determinístico”, pois envolve a *não-previsibilidade* em sistemas *deterministas*. Esta situação surge para sistemas regidos por equações não-lineares, como as da atração gravitacional entre planetas. Henri Poincaré mostrou, em 1890, que o problema gravitacional dos três corpos apresenta soluções não-periódicas que apresentam extrema sensibilidade às condições iniciais.[121] Em suas palavras:

> Uma causa muito pequena que escapa de nossa observação determina um efeito considerável que não podemos deixar de ver; dizemos então que o efeito é devido ao acaso. Se soubéssemos exatamente as leis da natureza e a situação do universo no instante inicial, poderíamos prever exatamente a situação do mesmo universo em um momento posterior. Mas, mesmo que fosse o caso de as leis da natureza não serem segredo para nós, poderíamos ainda conhecer as condições iniciais somente “aproximadamente”. Se isto nos permitisse prever a situação posterior “com a mesma aproximação”, isso seria tudo o que queríamos, e diríamos que o fenômeno foi previsto, isto é, é governado por leis. Mas não é sempre assim: pode acontecer que pequenas diferenças nas condições iniciais venham a produzir um erro enorme nos acontecimentos posteriores. A previsão se torna impossível e temos um fenômeno fortuito.

Essa sensibilidade às condições iniciais for redescoberta em 1963 pelo meteorologista norte-americano Edward Lorenz, ao utilizar um computador para gerar trajetórias para o sistema de equações não-lineares que propôs para descrever o movimento da atmosfera (Fig. XIV.1). O termo “efeito borboleta” foi cunhado para esta sensibilidade, a partir do título de uma palestra dada por ele: “O bater de asas de uma borboleta no Brasil pode provocar um tornado no Texas?”.[122]

---

[121] POINCARÉ, H. (1908), *Science et méthode*, livro I, cap. IV. Um detalhado relato histórico é apresentado em DIACU, F. & HOLMES, P. (1996), *Celestial encounters: the origins of chaos and stability*, Princeton U. Press, pp. 3-50.

[122] Há inúmeros textos que apresentam a teoria do caos determinístico, desde o texto de divulgação feito pelo jornalista GLEICK, J. (1990), *Caos: a criação de uma nova ciência*, trad. W. Dutra, Campus, Rio de Janeiro (orig. 1987); passando pelo relato filosófico de KELLERT, S.H. (1993), *In the wake of chaos*, U. Chicago Press, até os cursos de física de BERGÉ, P.; POMEAU, Y. & VIDAL, C. (1984), *L'ordre dans le chaos*, Hermann, Paris (em inglês: *Order within chaos*, trad. do francês L. Tuckerman, Wiley, New York); e, em português, FIEDLER-FERRARA, N. & PRADO, C.P.C. (1994), *Caos: uma introdução*, Blücher, São Paulo. Para uma bibliografia introdutória e comentada para o aluno de física, ver a lista de Clint Sprott em:
http://sprott.physics.wisc.edu/phys505/bibliog.htm

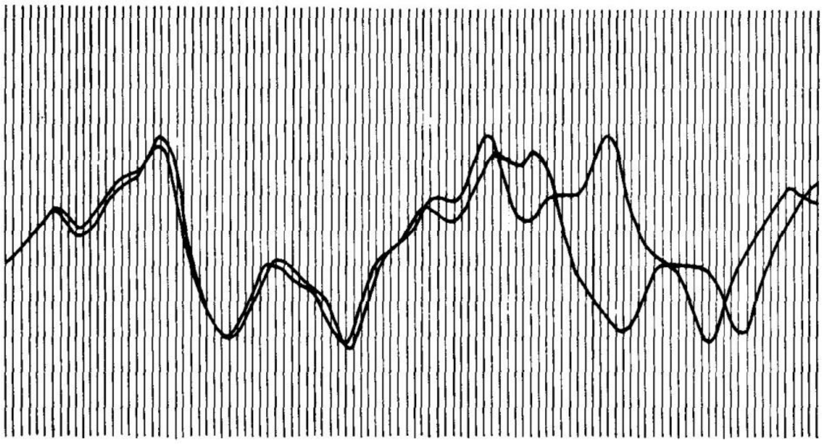

Figura XIV.1. Gráfico feito por Edward Lorenz & Adolph Brotman, exibindo a divergência drástica entre duas evoluções de sistema com condições iniciais levemente diferentes.

6. Violação do Determinismo na Mecânica Clássica

Apesar de nossa intuição a respeito da Mecânica Clássica nos assegurar que ela é uma teoria que satisfaz ao determinismo estrito, há certos exemplos envolvendo velocidades infinitas que violam o determinismo. Um exemplo para massas pontuais sujeitas à atração gravitacional newtoniana foi dado por Mather & McGehee (1975).

Considere as quatro massas pontuais representadas na Fig. XIV.2a, que se movem em uma dimensão ao longo do eixo *x*. A partícula 1 tende para a posição $-\infty$ à medida que o tempo *t* tende para *t**. As partículas 3 e 4 tendem para $+\infty$ em *t**, onde elas se encontram. Já a partícula 2 vai e volta, chocando-se elasticamente com as partículas 1 e 3, alternadamente. O choque entre duas partículas gravitacionais envolve uma singularidade (pois o potencial tenderia para menos infinito), mas isso pode ser superado introduzindo-se certas hipóteses no modelo (as quais não adentraremos). Como as partículas 3 e 4 se aproximam mutuamente cada vez mais, sua energia potencial é transferida para a partícula oscilante 2, que por sua vez transfere energia para a partícula 1. Desta maneira, as quatro partículas tendem a uma velocidade infinita à medida que o tempo tende a *t**, e a partícula 2 oscila um número infinito de vezes. Tal sistema não pode ser realizado na prática, mas não há nada na Mecânica Clássica que o proíba, já que velocidades infinitas só são proibidas pela Teoria da Relatividade Restrita.

O truque agora é imaginar um *outro* sistema, que é obtido ao se fazer uma reversão temporal em *t** (Fig. XIV.2b). As leis da Mecânica Clássica são invariantes ante reversão temporal, então tal sistema é teoricamente aceitável. Neste novo sistema, as partículas vêm do infinito, no tempo *t**, com velocidades infinitas, e vão aos poucos desacelerando. A violação do determinismo ocorre se considerarmos, neste novo sistema, instantes de tempo anteriores a *t**. Antes de *t**, não há partículas no sistema (elas só surgem em *t**, provindas do infinito). Assim, mesmo que o demônio de Laplace conhecesse o sistema neste instante (em que não existem partículas), não haveria como prever as posições futuras (após *t**) das quatro partículas.

Neste sistema "patológico" da Mecânica Clássica, portanto, o determinismo seria violado. Outros autores forneceram sistemas sem choques em que velocidades infinitas são atingidas, então o problema da singularidade nos choques pode ser evitado.[123]

[123] Esses casos são descritos por EARMAN (1986), op. cit. (nota 117), pp. 35-40. O exemplo discutido aparece em MATHER, J.N. & MCGEHEE, R. (1975), "Solutions to the collinear four body problem which become unbounded

Na Relatividade Restrita não há semelhantes situações patológicas, então pode-se dizer, como faz EARMAN (p. 2), que "a Teoria da Relatividade Restrita resgata o determinismo da principal ameaça que ele enfrenta em mundos newtonianos, e nos mundos da relatividade restrita podem-se construir exemplos puros e limpos de determinismo, livres de artifícios".

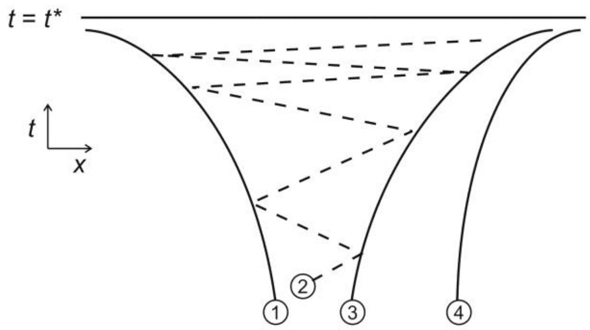

Figura XIV.2a. Sistema de quatro massas pontuais movendo-se ao longo do eixo x *que tendem para o infinito no instante t*.*

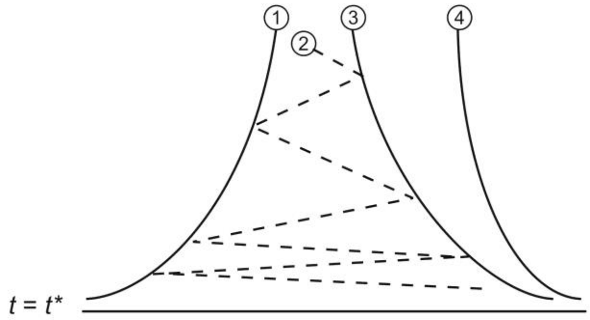

Figura XIV.2b. Sistema obtido a partir do anterior, por meio de uma reversão temporal em t. O demônio de Laplace atuando antes de t* não consegue calcular um estado após t*.*

in finite time", in MOSER, J. (org.), *Dynamical systems, theory and applications*, Lecture Notes in Physics 38, Springer, Berlim, pp. 573-97. Um relato histórico e explicativo da pesquisa de McGehee e outros, na solução de "conjectura de Painlevé", aparece em DIACU & HOLMES (1996), op. cit. (nota 121), pp. 80-126. A conjectura formulada por Paul Painlevé, em 1897, era de que, para um sistema mecânico com *n* massas pontuais, se *n* for maior do que 3, então há soluções com singularidades que não são devidas a colisões. Essas singularidades corresponderiam às oscilações infinitas em tempo finito que aparecem no modelo de Mather & McGehee.