

# Métodos Físicos para se Estudar a História da Física<sup>1</sup>

**Oswaldo Pessoa Jr.**

*Depto. de Filosofia, FFLCH, Universidade de São Paulo  
Av. Prof. Luciano Gualberto, 315, 05508-900, São Paulo, SP, Brasil  
opessoa@usp.br*

Em si mesma, nenhuma física pode vir a ser objeto de uma pesquisa física.

(Heidegger, 1954 [1].)

## 1. Introdução

O presente trabalho explora o uso de modelos causais probabilistas para se descrever a história da ciência. O ponto de partida para tal estudo é o relato fornecido por historiadores da ciência sobre um episódio científico.

Por exemplo, aprendemos que o desenvolvimento do microscópio composto por J.J. Lister em 1826 foi necessário para a confirmação da tese de que todos os tecidos de plantas são compostos por células, feita em 1838 por M. Schleiden. Chamemos o desenvolvimento do microscópio composto de “avanço  $X$ ”, e a teoria celular das plantas de “avanço  $Y$ ”. Podemos representar a relação entre essas duas unidades de conhecimento científico da seguinte maneira:

$$X \xrightarrow{p_{Y|X}(t)} Y.$$

O termo  $p_{Y|X}(t)$  exprime a probabilidade condicional de ocorrer o avanço  $Y$ , dado que ocorreu o avanço  $X$ . No que consiste esta probabilidade? Uma maneira de intuir isso é imaginar cem mundos possíveis, todos criados a partir de uma certa data (como 1800) e contendo pequenas diferenças iniciais (uma descrição mais detalhada de como “criar” tais mundos possíveis é fornecida em [2]). Em cada um desses mundos, quanto tempo transcorreria entre  $X$  e  $Y$ ? É natural supor que o tempo não seria exatamente o mesmo, mas seguiria uma certa função de

---

<sup>1</sup> Este texto deveria ter sido publicado em: Melo, C.A.M. *et al.* (orgs.), *XXVIII-XXX Congresso Paulo Leal Ferreira*, Instituto de Física Teórica, São Paulo, no entanto o livro acabou não sendo publicado. Palestra realizada no IFT em 19/10/2005.

distribuição  $f(t)$ . A probabilidade cumulativa  $p_{YX}(t)$  é a integral temporal de  $f(t)$ , sendo uma função monotônica crescente de  $t$ .

Como estimar a forma da função de distribuição  $f(t)$ ? Uma primeira possibilidade é que seja uma distribuição exponencial.

## 2. Distribuição Exponencial

A distribuição *exponencial*  $f(t) = x \cdot e^{-xt}$  tem como grande atrativo a dependência em apenas um parâmetro  $x$ , que é a taxa, ou a constante de decaimento, do processo. Na física nuclear esta distribuição é usada para descrever processos simples como o decaimento radioativo. Se houver inicialmente  $N_0$  núcleos “pai” que decaem independentemente, com a mesma probabilidade, então depois de um tempo  $t$  haverá  $N_0 \cdot e^{-xt}$  núcleos pai. Se o produto final de decaimento for estável, o número de tais núcleos “filho” aumentará de acordo com  $N_0 \cdot (1 - e^{-xt})$  [3].

A probabilidade para o surgimento de um único núcleo filho é obtido com esta curva de crescimento, com  $N_0=1$ :

$$p_{YX}(t) = 1 - e^{-xt} . \quad (1)$$

Esta função de probabilidade cumulativa é a integral temporal da função de distribuição exponencial  $f(t) = x \cdot e^{-xt}$ , conforme indicado na Fig. 1.

Conhecendo a constante de decaimento  $x$ , podemos calcular qual será a probabilidade de que um efeito ocorra depois de qualquer intervalo de tempo  $T$ , simplesmente calculando  $p_{YX}(T)$ . De modo inverso, se estipularmos uma certa probabilidade  $p_{YX}$  para um tempo de referência  $T$ , então a constante de decaimento é dada por:

$$x = \frac{-1}{T} \ln(1 - p_{Y/X}) . \quad (2)$$

Levando em conta a história da ciência, como associar probabilidades para o aparecimento de um avanço  $Y$ ? Primeiro, deve-se avaliar que causas contribuíram para sua ocorrência, e construir um modelo causal qualitativo para o avanço  $Y$ . No caso mais simples, mencionado no início do artigo, consideramos a situação em que um único avanço  $X$  (microscópio composto) seria suficiente para a produção de  $Y$  (teoria celular). Neste exemplo, 12 anos se passaram entre as ocorrências de  $X$  e  $Y$ . Chamaremos isso de o *intervalo de tempo empírico*  $\tau$  do processo causal  $X \rightarrow Y$ .

Qualquer que seja a distribuição de probabilidade do processo subjacente, a melhor estimativa é que  $\tau$  corresponda ao tempo médio  $\bar{T}$  das ocorrências do

evento nos mundos possíveis. Para a função de probabilidade cumulativa exponencial, a média é simplesmente o inverso da constante de decaimento:  $\bar{T} = 1/x$  [4]. Assim, igualando a média  $\bar{T}$  e o intervalo de tempo empírico  $\tau$ , pode-se estimar  $p_{YX}(t)$ , de acordo com a eq.(1), fazendo:

$$x = 1 / \tau . \quad (3)$$

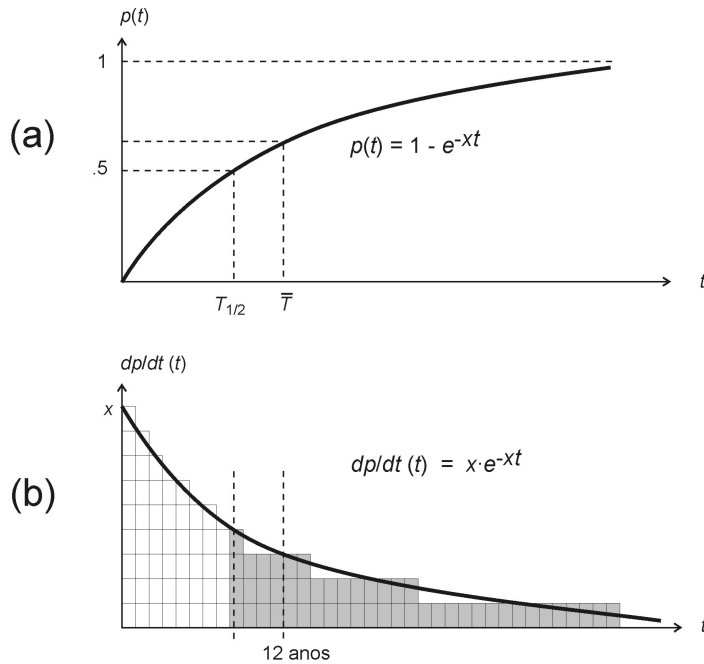


Figura 1: (a) Função de probabilidade cumulativa correspondente à distribuição exponencial. (b) Função de distribuição exponencial, indicando-se o tempo de ocorrência de um avanço Y, após a ocorrência de X, para 100 mundos (representados por retângulos). O tempo médio  $\bar{T} = 12$  anos corresponde ao tempo empírico no exemplo da teoria celular. Em metade dos mundos o evento ocorre após a meia-vida  $T_{1/2}$ .

Tal resultado é independente de qualquer hipótese relativa ao intervalo de tempo de referência  $T$  de uma situação histórica (ao contrário do que proporemos na seção 6). No exemplo precedente, para  $\tau = 12$  anos, encontra-se  $x = 0,083$

anos<sup>-1</sup>. No entanto, se quisermos exprimir probabilidades, temos que fixar um intervalo de tempo de referência. Para a física europeia do séc. XIX, podemos fixar tal intervalo de referência em 10 anos. Assim, usando a eq. (1), obtém-se  $p_{Y/X}(10 \text{ anos}) = 0,565$ . Esta seria a probabilidade de a teoria celular das plantas ter surgido dentro de 10 anos a partir do desenvolvimento do microscópio composto, em nosso exemplo simplista.

### 3. Composição, Disjunção e Conjunção de Causas para a Distribuição Exponencial

Dado que  $X$  causa  $Y$  com uma certa probabilidade  $p_{Y/X}(T)$ , e que  $Y$  causa  $Z$  com probabilidade  $p_{Z/Y}(T)$ , qual seria a probabilidade  $p_{Z/X}(T)$  associada com a *composição* de causas?

O problema é análogo ao decaimento radioativo para um núcleo instável  $Y$ . Supõe-se a eq. (1) e uma equação análoga para o segundo processo:  $p_{Z/Y}(t) = 1 - e^{-yt}$ . A situação pode ser representada por:

$$X \xrightarrow{1-e^{-xt}} Y \xrightarrow{1-e^{-yt}} Z .$$

Uma maneira de resolver o problema é integrando  $p_{Z/Y}(t-t')$  sobre os diferentes tempos de decaimento  $t'$  para  $X$ , ponderados pela probabilidade  $[dp_{Y/X}(t)/dt]_t \cdot dt$  de um decaimento ocorrer no intervalo  $dt$  em torno de  $t'$ , que é  $x e^{-xt} dt$ :

$$p_{Z/X}(t) = \int_0^t p_{Z/Y}(t-t') \left( \frac{dp_{Y/X}(t'')}{dt''} \right) (t') dt' = \int_0^t (1 - e^{-y(t-t')}) x e^{-xt'} dt' \quad (4)$$

Na primeira linha da Tabela 1 apresentamos o resultado desta integração, que pode ser reescrito como:  $p_{Z/X}(t) = [x \cdot p_{Z/Y}(t) - y \cdot p_{Y/X}(t)] / (x-y)$ . No limite  $x \rightarrow y$ ,  $p_{Z/X}(t) = 1 - (1 + xt) e^{-xt}$ .

A Tabela 1 apresenta também a generalização deste procedimento de composição para qualquer número de causas. Na matemática, este resultado para  $N$  causas é chamado distribuição “hipo-exponencial” [5], ao passo que na física é conhecida como equações de Bateman [3].

O caso da *disjunção* ocorre quando um certo avanço pode surgir de maneira *independente* por mais de um caminho causal. Por exemplo, podemos ter as seguintes relações causais independentes:  $X \rightarrow Z$ , com probabilidade  $p_{Z/X}(t)$ , e  $Y \rightarrow Z$ , com  $p_{Z/Y}(t)$ . Qual seria então a probabilidade da disjunção de possibilidades  $p_{Z/X,Y}(t)$ , dado que ambos  $X$  e  $Y$  estão presentes em um certo instante inicial?

O problema é análogo à probabilidade de jogar dois dados e obter pelo menos uma face “seis”. Há uma probabilidade de 1/6 de obter um “seis” com o primeiro dado, e 1/6 para o segundo, mas depois de somar as probabilidades, devemos subtrair 1/36 porque a jogada de dois “seis” foi contada duas vezes: o resultado é 11/36.

Composição de 2 causas	$X \xrightarrow{1-e^{-xt}} Y \xrightarrow{1-e^{-yt}} Z$	$p_{Z X}(t) = 1 + \frac{y}{x-y} e^{-xt} + \frac{x}{y-x} e^{-yt}$ (5)
Composição de 2 causas com $p_X$ .	$\xrightarrow{p_X} X \xrightarrow{1-e^{-xt}} Y \xrightarrow{1-e^{-yt}} Z$	$p_X \cdot p_{ZX}$ (6)
Composição de 3 causas	$W \xrightarrow{1-e^{-wt}} X \xrightarrow{1-e^{-xt}} Y \xrightarrow{1-e^{-yt}} Z$	$p_{Z W}(t) = 1 + \left[ \frac{xy}{(x-w)(w-y)} \right] e^{-wt} + \left[ \frac{wy}{(w-x)(x-y)} \right] e^{-xt} + \left[ \frac{wx}{(w-y)(y-x)} \right] e^{-yt}$ (7)
Composição de $n$ causas	distribuição hipo-exponencial ou equações de Bateman	$p_{X_n X_1}(t) = 1 - \sum_{i=1}^n \left( \prod_{j \neq i} \frac{x_j}{x_i - x_j} \right) e^{-x_i t}$ (8)

Tabela 1. Diferentes resultados para composição de causas.

A probabilidade no caso da disjunção de caminhos causais, em que cada causa é suficiente para produzir o efeito, com probabilidades  $p_{ZX}(t)$  e  $p_{ZY}(t)$ , é portanto:

$$p_{ZX,Y}(t) = p_{ZX}(t) + p_{ZY}(t) - p_{ZX}(t) \cdot p_{ZY}(t). \quad (9)$$

O caso em que duas causas são suficientes apenas em *conjunção*, para a produção de um efeito, não pode ser relacionada às probabilidades dos termos individuais, já que cada um, por si só, é insuficiente (probabilidade 0). Neste caso, então, a probabilidade conjunta  $p_{ZX,Y}(t) = 1 - e^{-zt}$  precisa ser dada.

No caso em que os termos  $X$  e  $Y$  que compõem a conjunção não são dados com certeza, mas têm probabilidades  $p_X$  e  $p_Y$  de ocorrerem, a probabilidade conjunta original  $p_{ZX,Y}(t)$  deve ser multiplicada pela probabilidade de que *ambos*  $X$  e  $Y$  ocorram, que é  $p_X \cdot p_Y$ .

Esses casos de disjunção e conjunção estão resumidos nas duas primeiras linhas da Tabela 2. Eles são válidos para qualquer função de distribuição.

Outras situações mais complicadas podem ser resolvidas por integração. Por exemplo, consideremos a situação de conjunção em que  $X$  e  $Y$  surgem de processos causais anteriores com funções de probabilidade exponenciais. Para calcular a função de probabilidade cumulativa global, deve-se resolver uma integral como a da eq.(4), substituindo-se a função original  $p_{Y|X}(t) = 1 - e^{-xt}$  pelo produto das funções de probabilidade cumulativa dos dois termos da conjunção:  $p_{X|V}(t) \cdot p_{Y|W}(t) = (1 - e^{-vt})(1 - e^{-wt})$ . Deve-se tomar a derivada desta função, multiplicar por  $p_{Z|X \& Y}(t) = 1 - e^{-zt}$ , e integrar como antes, resultando na eq.(11).

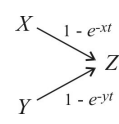
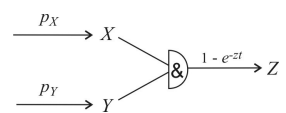
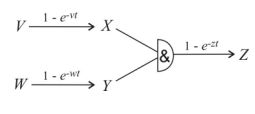
Disjunção de causas		$p_{Z X,Y}(t) = p_{Z X}(t) + p_{Z Y}(t) - p_{Z X}(t) \cdot p_{Z Y}(t) \quad (9)$
Conjunção de causas		$p_X \cdot p_Y \cdot p_{Z X,Y}(t) \quad (10)$
Conjunção de causas vindas de distribuições exponenciais		$p_{Z V,W}(t) = 1 + \left[ \frac{z}{(v-z)} \right] e^{-vt} + \left[ \frac{z}{(w-z)} \right] e^{-wt} + \left[ \frac{z}{(z-v-w)} \right] e^{-(v+w)t} + \left[ \frac{wv(w+v-2z)}{(z-v)(z-w)(z-v-w)} \right] e^{-zt} \quad (11)$

Tabela 2. Regras para disjunção e conjunção de causas.

#### 4. Exemplo de Cálculo de Probabilidades em um Modelo Causal

Daremos agora um exemplo de atribuição de probabilidades em um modelo causal, usando duas histórias factuais, mas independentes, do início da ciência do magnetismo, na China e na Europa. A diferença marcante entre essas duas histórias possíveis foi a descoberta da bússola (ou da propriedade diretiva da magnetita) na China, mas não na Europa. O modelo causal consiste de um diagrama *único*, contendo avanços ligados por relações causais, que dá conta das diferentes histórias (ver Fig. 2). De acordo com a presente reconstrução, baseada em Needham [6], a diferença entre as duas histórias é devida principalmente à forte presença de técnicas de adivinhação na China. Apesar de tais manifestações culturais associadas com a magnetita estarem presentes (em menor grau) também na Europa,

por exemplo na Samotrácia, simplificamos a situação, considerando que as probabilidades iniciais das técnicas de adivinhação  $B$  e  $E$  na Europa seriam nulas, enquanto na China seriam 1.

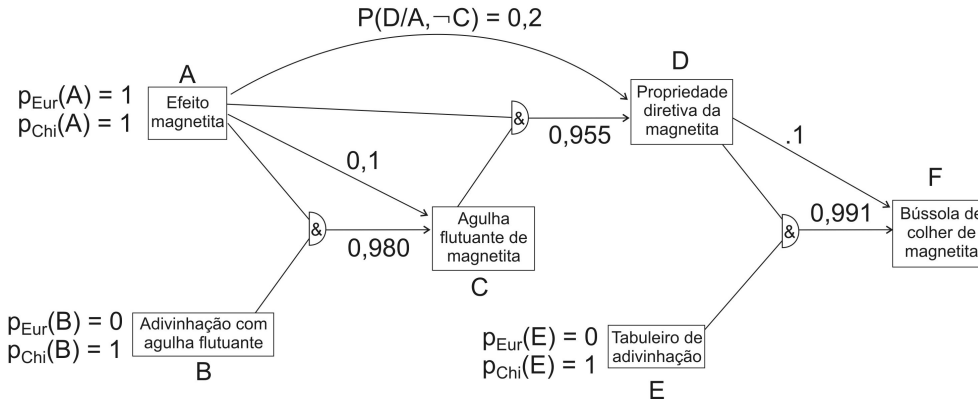


Figura 2: Modelo causal simplificado para o nascimento da ciência do magnetismo.

O caminho que levou à primeira bússola magnética, na forma de uma colher de magnetita ( $F$ ), iniciou-se com a descoberta e exploração do “efeito magnetita” ( $A$ ) (a atração mútua da magnetita e a atração entre o ferro e a magnetita), que se deu tanto na China quanto na Europa. Porém, na China havia uma técnica de adivinhação feita com uma agulha de ferro untada posta a boiar na água ( $B$ ), e que levou a uma variação envolvendo uma agulha de magnetita flutuante ( $C$ ). Com tal arranjo prático, a descoberta de que a agulha de magnetita se alinha na direção norte-sul ( $D$ ) tornou-se altamente provável, e de fato ocorreu na China em torno do início da Era Cristã, mas não no Ocidente. Depois desta descoberta, o passo era pequeno até o desenvolvimento da bússola rudimentar ( $F$ ).

Na Fig. 2, algumas relações causais são representadas por probabilidades precisas, e outras por valores imprecisos. Estes últimos são frutos de uma estimativa grosseira, ao passo que as probabilidades com três algarismos significativos foram calculadas de acordo com a teoria apresentada na seção 2, a partir do intervalo de tempo empírico  $\tau$  entre as descobertas que de fato ocorreram na China. Todos representam a probabilidade de ocorrência de um efeito em um intervalo de tempo de referência  $T = 400$  anos. A figura segue a notação da Tabela 2 para a disjunção (como dos dois caminhos que chegam em  $D$ ) e a conjunção (representada pelo símbolo “&”) de causas.

O problema então é calcular a probabilidade global  $p_T(F)$  associada ao modelo causal da Fig. 2, para o caso da China e da Europa.

O avanço  $A$  corresponde ao registro do efeito magnetita feito por Pu Wei em 220 a.C., enquanto que o avanço  $C$  corresponde ao relato da agulha de magnetita flutuante feita por Liu An em 120 a.C. Com esses dados, usam-se as eqs.(2) e (3), com  $\tau_{C/A} = 100$  anos, para calcular a probabilidade 0,982. No entanto, isso deve ser interpretado com cuidado. Há dois caminhos possíveis chegando em  $C$ , um envolvendo o conjunto de avanços  $\{A,B\}$ , enquanto o outro caminho envolve somente  $A$ , ou mais precisamente,  $A$  e não  $B$ :  $\{A,\neg B\}$ . O que é calculado do intervalo de tempo empírico é a disjunção  $p(C/A) = 0,982$ , supondo a validade da distribuição exponencial. Na Fig. 2, o que está representado são os disjuntos isolados,  $p(C/A,\neg B) = 0,1$  e  $p(C/A,B) = 0,980$ . O valor deste último é calculado com a eq.(9).

A mesma análise se aplica à ocorrência dos avanços  $D$  e  $F$ . No primeiro caso, supomos que a propriedade diretiva da magnetita foi descoberta no ano 0 da Era Cristã, de forma que o intervalo empírico é de 120 anos entre as ocorrências de  $C$  e  $D$  na China. A probabilidade da disjunção é  $p(D/A) = 0,964$ , e como estimamos que  $p(D/A,\neg C) = 0,2$ , então  $p(D/A,C) = 0,955$ , conforme indicado na Fig. 2. O caso final envolve um intervalo de tempo empírico de 83 anos entre a ocorrência estimada de  $D$  e a descrição de Wang Chhung da bússola rudimentar, a colher de magnetita usada em um tabuleiro de adivinhação, em 83 d.C. A probabilidade da disjunção fornece  $p(F/D) = 0,992$ , enquanto que  $p(F/D,\neg E) = 0,1$  e  $p(F/D,E) = 0,991$ .

Para calcular a probabilidade global para a invenção da bússola rudimentar na China, devemos usar as probabilidades dos disjuntos, mencionado acima e calculados a partir dos intervalos de tempo empíricos na China. Além disso, supõe-se que a ocorrência anterior de  $A$  e  $B$  seja  $p_{\text{Chi}}(A) = p_{\text{Chi}}(B) = 1$ . Assim, a probabilidade de  $C$  é simplesmente  $p_{\text{Chi}}(C/A) = .982$ . A composição com  $p_{\text{Chi}}(D/A,C) = 0,964$  pode ser calculada com a eq.(5), onde as constantes de decaimento são o inverso dos intervalos de tempo empíricos (eq.2). O resultado para a probabilidade composta é:  $p_{\text{Chi}}(D/A) = 0,88$  (que é menor do que o mero produto das probabilidades). Este resultado para  $p_{\text{Chi}}(D/A)$ , porém, não será usado para calcular  $p_{\text{Chi}}(F)$ , pois deve-se calcular uma integral global (a distribuição composta não é exponencial).

Para prosseguir, supomos  $p_{\text{Chi}}(E) = 1$ , que simplifica o cálculo de  $p_{\text{Chi}}(F/D,E)$ . A probabilidade global pode então ser computada calculando-se a composição de três causas  $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F$ , usando a eq.(7). Para as probabilidades  $p_{\text{Chi}}(C/A) = 0,982$ ,  $p_{\text{Chi}}(D/C) = 0,964$ , e  $p_{\text{Chi}}(F/D) = 0,992$ , obtém-se  $p_{\text{Chi}}(F) = \mathbf{0,76}$  para a probabilidade de a bússola ser desenvolvida na China em um intervalo de 400 anos após a descoberta do efeito magnetita.

No caso da Europa, supomos  $p_{\text{Eur}}(A) = 1$  e  $p_{\text{Eur}}(B) = p_{\text{Eur}}(E) = 0$ . Para calcular  $p_{\text{Eur}}(D/A)$ , deve-se considerar uma disjunção de caminhos,  $p_{\text{Eur}}(D/A,\neg C)$  ou  $p_{\text{Eur}}(D/A,C)$ . O primeiro é simplesmente 0,2, ao passo que o segundo é calculado



compondo-se as probabilidades 0,1 e 0,955, de acordo com a eq.(4), que fornece  $p_{\text{Eur}}(D/A,C) = 0,07$ . A disjunção (eq. 9) fornece  $p_{\text{Eur}}(D/A) = 0,26$ . Simplificaremos a estimativa e suporemos que  $p_{\text{Eur}}(D/A)$  corresponde a uma distribuição exponencial. Além disso, dado que  $p_{\text{Eur}}(E) = 0$ , a eq.(5) pode ser usada para calcular a composição  $A \rightarrow D \rightarrow F$ , com  $p_{\text{Eur}}(F/D) = 0,1$ . O cálculo da probabilidade global fornece  $p_{\text{Eur}}(F) = 0,02$ , uma probabilidade estimada bastante pequena para que a bússola fosse desenvolvida na Europa depois de 400 anos da descoberta das propriedades da magnetita.

Dessa maneira, um modelo causal único “explica” dois caminhos independentes da ciência. É claro que o exemplo é completamente *ad hoc* (ou seja, foi construído artificialmente para explicar algo que já sabíamos), mas ele resume a interpretação de Needham de porque a ciência do magnetismo se desenvolveu de maneiras tão diferentes nesses dois mundos possíveis (e factuais). Modelos causais são uma maneira de codificar a informação obtida com esforço pelos historiadores da ciência. O uso de números não reflete qualquer suposição filosófica de que tais números realmente existam na realidade da história da ciência; trata-se apenas de uma maneira de codificar a informação histórica para que computadores possam nos auxiliar na compreensão da evolução da ciência.

## 5. Problemas com a Distribuição Exponencial

A função de distribuição exponencial tem o mérito de ser fácil de trabalhar, mas há argumentos contra a sua plausibilidade em modelos causais de história da ciência.

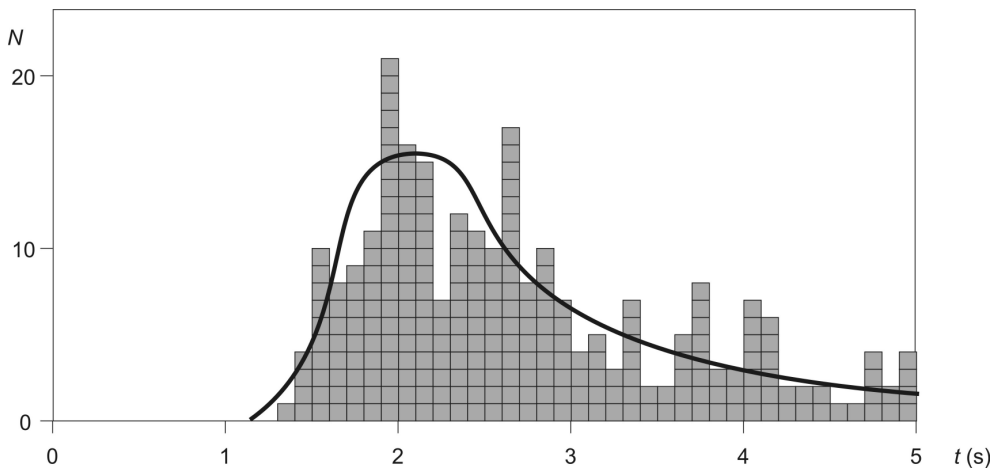
Em primeiro lugar, vale notar que a distribuição exponencial representa uma situação em que a probabilidade de um evento ocorrer em um certo intervalo de tempo  $T$  (supondo que ainda não tenha ocorrido) é constante, independentemente do instante  $t$  escolhido. Isso está ligado à curiosa propriedade do sistema de “não ter memória”. Ou seja, se depois de cinco anos, digamos, verificarmos que  $Y$  ainda não ocorreu, então a função de probabilidade para seu surgimento continua sendo a *mesma* curva exponencial, iniciando na nova data. Em outras palavras, o fato de um efeito não aparecer depois de cinco anos não aumenta a probabilidade de seu surgimento no ano seguinte; não há memória do tempo transcorrido [4].

Tal situação não parece se aplicar na resolução de problemas científicos, que geralmente requerem um grande número de passos simples, que vão gradualmente aumentando a probabilidade de o problema ser resolvido. A função exponencial é boa para descrever processos simples, como um decaimento radioativo ou o disparo de um neurônio. Mas a composição de um grande número de processos simples gera uma distribuição hipo-exponencial, que tende a se concentrar em torno de um pico (um caso particular é apresentado na Fig. 4). É de se esperar que

a distribuição que descreve o intervalo de tempo entre dois avanços científicos seja deste tipo, já que envolve um grande número de passos intermediários.

Este tipo de problema pode ser visto de outro ângulo. Consideremos o exemplo de um avanço  $Y$  que, de fato, surgiu a partir de outro avanço  $X$  após 12 anos. Imaginando cem mundos possíveis, qual deveria ser o número de anos *mais provável* para o surgimento de  $Y$  a partir de  $X$ ? Segundo a função exponencial, seria 1 ano, como pode ser visto na Fig. 1b. No entanto, isso parece contra-intuitivo, pois deveria pelo menos haver um “período de latência”, até os outros cientistas assimilarem o resultado  $X$  e passarem a trabalhar em direção de  $Y$ . Seria mais plausível supor que na maioria dos mundos o número de anos mais provável entre  $X$  e  $Y$  fosse em torno de 12 anos. Isso corresponderia a uma função com um pico em torno de 12 anos.

Infelizmente não se pode investigar empiricamente a forma da função de distribuição, pois a história da ciência acontece apenas uma vez, ou no máximo algumas poucas vezes. No entanto, os processos cognitivos nos quais os cientistas estão envolvidos podem ser modelados, simplificadaamente, por alunos em uma sala de aula. Em uma classe com  $N$  alunos, pode-se dar para cada aluno um mesmo problema (que pode ser considerado a causa) e medir os tempos que demoram para eles resolverem o problema (o efeito). Isso seria um exemplo de como uma pesquisa em ensino de ciência pode ser relevante para a história e filosofia da ciência.



*Figura 3: Distribuição do número de alunos  $N$  que respondeu a uma questão matemática simples, em função do tempo de resposta (em segundos). Este tipo de curva, bastante diferente de uma distribuição exponencial, poderia ser visto como se aplicando para o surgimento de avanços na história da ciência.*

Com a aluna Suely Midori Aoki, no Instituto de Física da USP, investigamos preliminarmente os tempos de resposta para uma série de problemas simples, envolvendo a multiplicação de dois números de um dígito. Cada aluno de uma classe de 30 respondeu a dez problemas em um computador, sendo que os tempos de resposta eram registrados automaticamente pelo programa de computação. A distribuição da maior parte dos tempos obtidos está representada na Fig. 3, que pode ser comparada com a função exponencial da Fig. 1b. A forma da curva é bastante diferente, com um pico em torno de um tempo de resposta de aproximadamente 2 segundos.

## 6. Distribuição Gama

O estudo dos tempos de resposta é uma área bastante explorada na psicologia. No início da década de 1960, formulou-se a “hipótese da série neural” [7], que é a suposição de que tempos de reação bastante rápidos, como o de uma pessoa que responde a um estímulo sonoro curto, são obtidos a partir de uma série de  $n$  neurônios, cada qual respondendo exponencialmente, com um disparo, ao estímulo provindo de outro neurônio. Neste caso, tem-se uma composição de  $n$  processos exponenciais com a *mesma* constante de decaimento. A curva resultante é um caso especial de uma função hipo-exponencial, para constantes de decaimento iguais, e é a chamada *distribuição gama* (Fig. 4).

A distribuição gama relevante depende do número de passos intermediários  $n$ , que aparece como um parâmetro na expressão desta distribuição:

$$f_n(t) = \frac{x^n t^{n-1} e^{-xt}}{(n-1)!} . \quad (12)$$

Para  $n=1$ , a distribuição recai no caso exponencial  $f_1(t) = x \cdot e^{-xt}$  visto na seção 2. Para valores não inteiros de  $n$ , substitui-se  $(n-1)!$  pela função gama  $\Gamma(n)$ .

Tais funções poderiam ser usadas para representar a distribuição de tempos entre avanços na história da ciência. Um problema, porém, é que elas dependem de *dois* parâmetros,  $x$  e  $n$ , e a princípio não temos como estimar o valor de  $n$ , o número de passos intermediários, supondo que cada passo tenha uma constante de decaimento  $x$ . Empiricamente conseguimos fixar um único parâmetro, supondo que o tempo empírico  $\tau$  seja igual ao tempo médio da distribuição, que é  $n/x$ .

Apenas em casos de descobertas independentes é que teríamos mais de um tempo empírico  $\tau$ , e poderíamos estimar o desvio padrão  $\sqrt{n} / x$ .

Uma característica interessante da distribuição gama é que, para uma mesma constante  $x$ , a composição de dois processos com parâmetros  $n_1$  e  $n_2$  fornece uma distribuição gama com parâmetro  $n_1 + n_2$  [7]. O uso desta propriedade simplificaria bastante os cálculos globais de probabilidade para modelos causais complicados.

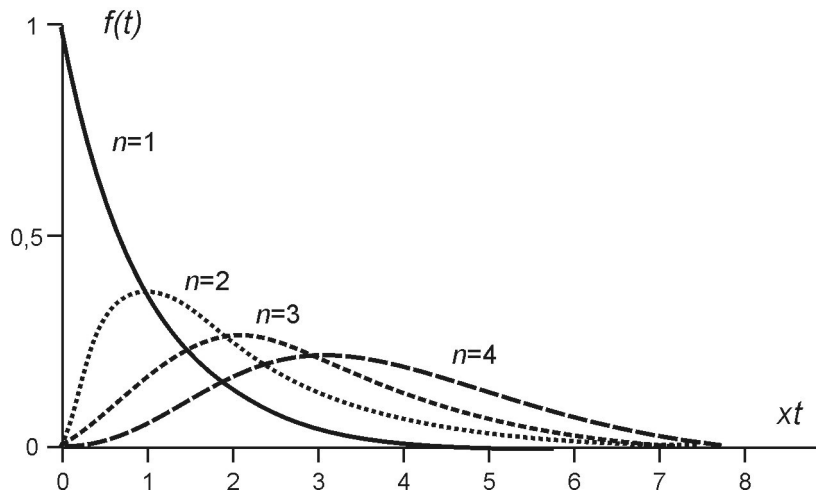


Figura 4: Densidade de probabilidade  $f_n(t)$  em função de  $xt$ , de acordo com a distribuição gama (eq. 12), para  $n = 1, 2, 3$  e  $4$  (adaptado de [7]).

Funções de distribuição são requeridas para se obter a estimativa de uma probabilidade  $p_{YX}(t)$ . Porém, a análise de redes históricas pode ser feita apenas a partir de estimativas de valores médios e desvios padrão [8]. No caso da *composição* de processos causais, o valor médio da composição de quaisquer duas distribuições é a soma dos valores médios de cada distribuição, e o quadrado do desvio padrão da composição é a soma do quadrado dos desvios padrão de cada distribuição.

## Agradecimentos

Essas idéias foram apresentadas para físicos no IFT, na USP e na UFBA, que, com sua valorização da criatividade em pesquisa, incentivaram o projeto de uma modelagem matemática da história da ciência, mesmo que ele esteja ainda bastante

longe de uma forma aceitável. Em especial, agradeço a Wayne Seale e a Suely Aoki por suas sugestões.

## Referências

- [1] Heidegger, M. (2001), “Ciência e Pensamento do Sentido”, em *Ensaio e Conferências*. Trad. E. Carneiro Leão. Petrópolis: Vozes, pp. 39-60. Ver p. 55. Original em alemão: 1954.
- [2] Pessoa Jr., O. (2006), “Progresso Científico visto da Perspectiva das Histórias Contrafactuais”, em Stein, S.I.A. & Kuiuava, E.A. (orgs.), *Linguagem, Ciência e Valores*. Caxias do Sul: Educs, pp. 165-81.
- [3] Evans, R.D. (1955), *The Atomic Nucleus*. Nova Iorque: McGraw-Hill, cap. 15.
- [4] Ross, S.M. (1997), *Introduction to Probability Models*. 6ª edição. San Diego: Academic, pp. 236-7.
- [5] Ross (1997), *op. cit.*, pp. 246-8.
- [6] Needham, J. (1962), *Science and Civilization in China*, vol. 4: “Physics and Physical Technology”, part I: “Physics”, em colaboração com W. Ling & K.G. Robinson. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 232, 281.
- [7] Laming, D. (1973), *Mathematical Psychology*. Londres: Academic, pp. 154-6.
- [8] Pessoa Jr., O. (2008), “Descobertas Independentes por Caminhos Diferentes: O Caso da Lei da Reversão Espectral (1848-59)”, a sair em Martins, R.A. et al. (orgs.), *Filosofia e História da Ciência no Cone Sul: 5º Encontro*. Campinas: AFHIC.