

A Desarrazoada Efetividade da Matemática nas Ciências Naturais*

Eugene Wigner (1960)**



[...] e é provável que haja aqui algum segredo que ainda está para ser descoberto (C.S. PEIRCE)

[1. Apresentação]

[222] Há uma estória de dois amigos, que haviam sido colegas de classe no ensino médio, e que falavam sobre seus empregos. Um deles se tornara estatístico e estava trabalhando com tendências populacionais. Ele mostrou a separata de um artigo para seu antigo colega de classe. O artigo começava, como de costume, com a distribuição gaussiana, e o estatístico explicou para seu colega o significado dos símbolos que representam uma população real, a média da população, etc. Seu colega ficou um tanto incrédulo e em dúvida se o estatístico não estava brincando. “Como é que você pode saber isso?”, ele perguntou. “É que símbolo é este aqui?”. “Ah”, respondeu o estatístico, “este é pi”. “Mas o que é isso?” “A razão entre a circunferência do círculo e seu diâmetro.” “Bem, agora sua piada está indo longe demais”, finalizou o colega, “certamente a população não tem nada a ver com a circunferência do círculo!”

Naturalmente, tendemos a sorrir da simplicidade da abordagem do colega. Mesmo assim, quando escutei essa estória, tive um sentimento estranho, pois a reação do colega de classe refletia apenas o senso comum usual. Fiquei ainda mais confuso quando, [223] alguns dias depois, alguém chegou para mim e expressiu sua perplexidade¹ com o fato de que

* Ou seja, “a não razoável eficácia da matemática”. A versão original é: WIGNER, E.P. (1960), “The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences”, *Communications in Pure and Applied Mathematics* 13: 1-14. Baseado em palestra feita em 11 de maio de 1959 na New York University, na Richard Courant Lecture in Mathematical Sciences. Republicado em WIGNER (1967), *Symmetries and reflections*, Indiana U. Press, Bloomington, pp. 222-37, cuja paginação indicamos no texto [entre colchetes], e em WIGNER (1995), *Philosophical reflections and syntheses*, Part B, Vol. 6 of *The collected works of Eugene Paul Wigner*, Springer, Berlin, pp. 534-49 (na qual esta tradução é baseada). Disponível também na internet, em versão com algumas diferenças. Tradução de Osvaldo Pessoa Jr., para o curso de Filosofia da Física, USP, 2009. A numeração das seções foi introduzida pelo tradutor, para fins didáticos.

** Eugene Paul Wigner (1902-95) nasceu de família judia em Budapeste, no Império Austro-Húngaro, com o nome Wigner Pál Jenő, e trabalhou na Princeton University a partir de 1930. Ganhou o Prêmio Nobel de 1963 por suas contribuições à teoria do núcleo atômico e das partículas elementares, especialmente a descoberta e aplicação de princípios de simetria. Contribuiu significativamente para os fundamentos da mecânica quântica, defendendo (especialmente na década de 60) a importância da consciência humana.

¹O comentário a ser citado foi feito por F. Werner, quando era aluno em Princeton.

fazemos uma seleção bastante estreita quando escolhemos os dados com os quais testamos nossas teorias. “Se fizéssemos uma teoria que focalizasse sua atenção em fenômenos que desprezamos, e desprezasse alguns dos fenômenos que agora prendem nossa atenção, como saber se não teríamos conseguido construir uma teoria que teria pouco em comum com a teoria atualmente aceita, mas que ainda assim explicaria o mesmo número de fenômenos que a teoria atual?” Devemos reconhecer que não temos nenhuma evidência direta de que não haja tal teoria.

As duas estórias precedentes ilustram os dois pontos principais que são os assuntos da presente comunicação. O primeiro ponto é que conceitos matemáticos surgem em conexões totalmente inesperadas. Além disso, eles muitas vezes permitem uma descrição inesperadamente próxima e acurada dos fenômenos presentes nestas conexões. Em segundo lugar, justamente por causa dessa circunstância, e porque não compreendemos as razões de eles serem tão úteis, nós não conseguimos saber se uma teoria formulada em termos de conceitos matemáticos é a única apropriada. Estamos numa posição semelhante ao de um homem que recebeu um molho de chaves e que, tendo que abrir várias portas em sequência, sempre acerta a chave na primeira ou segunda tentativa. Ele se torna cético sobre a coordenação unívoca entre chaves e portas.

A maior parte do que falarei sobre essas questões não será novidade; ela provavelmente ocorreu para a maioria dos cientistas de uma forma ou outra. Meu objetivo principal é iluminar isso a partir de vários lados. O primeiro ponto é que a enorme utilidade da matemática nas ciências naturais é algo próximo ao misterioso, e que não há uma explicação racional para ela. Em segundo lugar, é justamente esta utilidade excepcional dos conceitos matemáticos que levanta a questão da unicidade de nossas teorias físicas. Para firmar o primeiro ponto, de que a matemática desempenha um papel desarrazadamente importante na física, será útil dizer algumas palavras sobre a questão “O que é a matemática?”, e depois, “O que é a física?”, e depois como a matemática entra nas teorias físicas, e finalmente, por que o sucesso da matemática em seu papel na física parece ser tão desconcertante. Falarei muito menos sobre o segundo ponto, a unicidade das teorias da física. Uma resposta apropriada para esta questão exigiria um trabalho experimental e teórico que até hoje não foi empreendido. [224]

[2.] O Que é a Matemática?

Certa vez alguém falou que a filosofia é o uso incorreto de uma terminologia que foi inventada justamente para este propósito.² Na mesma linha, eu diria que a matemática é a ciência das operações habilidosas com conceitos e regras inventados justamente para este propósito. A ênfase principal é na invenção de conceitos. A matemática logo ficaria sem teoremas interessantes se estes tivessem que ser formulados em termos dos conceitos que já aparecem nos axiomas. Além do mais, ao passo que é uma verdade inquestionável que os conceitos da matemática elementar, e em particular da geometria elementar, foram formulados para descrever entidades que são sugeridas diretamente pelo mundo real, o mesmo não parece ser verdadeiro para os conceitos mais avançados, particularmente os conceitos que desempenham um papel tão importante na física. Assim, as regras para operações com pares de números são obviamente construídas para darem os mesmos resultados que as operações com frações, que primeiro aprendemos sem referência a “pares de números”. As regras para as operações com sequências, ou seja, com números irracionais, também pertencem à categoria de regras que foram elaboradas para reproduzir as regras para operações com

² Esta afirmação é aqui citada a partir do livro de DUBISLAV, W. (1932), *Die Philosophie der Mathematik in der Gegenwart*, Junker & Dünhaupt Verlag, Berlim, p. 1.

grandezas que já eram conhecidas por nós. A maioria dos conceitos matemáticos mais avançados, como números complexos, álgebras, operadores lineares, conjuntos de Borel – e esta lista poderia prosseguir quase indefinidamente –, foram criados para que fossem temas adequados com os quais o matemático poderia demonstrar sua engenhosidade e senso de beleza formal. De fato, a definição desses conceitos, juntamente com a percepção de que considerações interessantes e engenhosas poderiam ser aplicadas a eles, é a primeira demonstração da engenhosidade do matemático que os define. A profunda ponderação envolvida na formulação de conceitos matemáticos é posteriormente justificada pela habilidade com a qual tais conceitos são usados. O grande matemático explora de maneira completa e quase implacável o domínio de raciocínio permissível e evita o não permitido. Que esta imprudência não o leva a um emaranhado de contradições é um milagre: certamente é difícil acreditar que nosso poder de raciocínio foi levado, pelo processo de seleção natural de Darwin, à perfeição que ele parece possuir. Todavia, este não é o assunto que estamos tratando. O ponto principal, que terá que ser lembrado mais tarde, é que o matemático [225] conseguiria formular apenas um punhado de teoremas interessantes se ele não pudesse definir conceitos além daqueles contidos nos axiomas. Além disso, os conceitos que não estão contidos nos axiomas são definidos tendo em vista permitir operações lógicas engenhosas que satisfaçam nosso senso estético, tanto com relação às próprias operações quanto em relação aos seus resultados de grande generalidade e simplicidade.³

Os números complexos fornecem um exemplo particularmente notável disso que foi dito. Certamente, não há nada em nossa experiência que sugira a introdução de tais grandezas. Com efeito, se se pedir a um matemático que justifique seu interesse em números complexos, ele apontará, com certa indignação, para os vários teoremas lindos demonstrados nas teorias das equações, das séries de potência e das funções analíticas em geral, que surgiram com a introdução dos números complexos. O matemático não está disposto a abandonar o seu interesse nessas tão lindas realizações de sua genialidade.⁴

[3.] O Que é a Física?

O físico está interessado em descobrir as leis da natureza inanimada. Para que se possa compreender esta afirmação, é preciso analisar o conceito de “lei da natureza”.

O mundo à nossa volta é de uma complexidade desconcertante, e o fato mais óbvio a respeito dele é que não conseguimos prever o futuro. Há uma piada que atribui a concepção de que o futuro é incerto apenas ao otimista. Porém, o otimista está certo neste caso: o futuro é imprevisível. Conforme comentou Schrödinger, é um milagre que, apesar da complexidade desconcertante do mundo, certas regularidades nos eventos puderam ser descobertas.⁽¹⁾ Uma dessas regularidades, descoberta por Galileo, é que quaisquer duas pedras, soltas

³ M. POLANYI, em seu *Personal Knowledge* (U. Chicago Press, Chicago, 1958, p. 188), afirma: “Todas essas dificuldades são apenas consequências de nossa recusa de ver que a matemática não pode ser definida sem que se reconheça sua característica mais óbvia: qual seja, a de ser interessante”. [Polanyi foi o orientador de Wigner.]

⁴ Com relação a isso, o leitor talvez se interesse nos comentários um tanto irritados de Hilbert com respeito ao intuicionismo, que “parece romper com a matemática e desfigurá-la”. HILBERT, D. (1922), “Neubegründung der Mathematik: Erste Mitteilung”, *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität* 1: 157-77, ou *Gesammelte Werke*, Springer, Berlim, 1935, p. 188. [Tradução para o inglês, in Ewald, W. (org.) (1996), *From Kant to Hilbert: a source book in the foundations of mathematics*, Oxford U. Press, pp. 1115-34.]

⁽¹⁾ [Wigner apresenta também algumas referências com números entre parênteses, inseridas posteriormente.] SCHRÖDINGER, E. (1932), *Über Indeterminismus in der Physik*, J.A. Barth, Leipzig. Ver também: DUBISLAV, W. (1933), *Naturphilosophie*, Junker & Dünhaupt, Berlim, cap. 4.

simultaneamente de uma mesma altura, atingem o chão ao mesmo tempo. As leis da natureza referem-se a tais regularidades. A regularidade de Galileo é um protótipo de uma grande classe de regularidades. Trata-se de uma regularidade surpreendente por três razões.

A primeira razão para ela ser surpreendente é que ela é verdadeira não só em Pisa, e na época de Galileo, mas ela é verdadeira em todo lugar na Terra, e sempre foi verdadeira, [226] e sempre será verdadeira. Esta propriedade da regularidade é reconhecida como uma propriedade de invariância e, como tive a oportunidade de apontar algum tempo atrás⁽²⁾, sem princípios de invariância semelhantes àqueles implícitos na precedente generalização da observação de Galileo, a física não seria possível. A segunda característica surpreendente é que a regularidade que estamos discutindo é independente de muitas condições que poderiam afetá-la. Ela é válida quer chova ou não, quer o experimento seja feito em uma sala ou na Torre de Pisa, quer a pessoa que solte a pedra seja um homem ou uma mulher. Ela é válida até quando as duas pedras são soltas simultaneamente, da mesma altura, por duas pessoas diferentes. Há obviamente inúmeras outras condições que são irrelevantes do ponto de vista da validade da regularidade de Galileo. A irrelevância de tantas circunstâncias que poderiam desempenhar um papel no fenômeno observado também tem sido chamada de invariância⁽²⁾. Todavia, esta invariância é de um tipo diferente da anterior, já que ela não pode ser formulada como um princípio geral. A exploração das condições que influenciam ou não um fenômeno faz parte da exploração experimental inicial do campo. É a habilidade e a engenhosidade do cientista experimental que o levam a fenômenos que dependem de um conjunto relativamente estreito de condições um tanto quanto fáceis de realizar e reproduzir.⁵ No presente caso, a restrição imposta por Galileo de observar corpos relativamente pesados foi o passo mais importante no tocante a isso. Repetindo: é verdade que se não houvesse fenômenos que são independentes de quase todas as condições, salvo um pequeno conjunto de condições controláveis, a física seria impossível.

Os dois pontos precedentes, apesar de serem muito significativos do ponto de vista do filósofo, não são os que mais surpreenderam a Galileo, e nem contêm uma lei específica da natureza. A lei da natureza está contida na afirmação de que a duração de tempo que leva para um corpo pesado cair de uma certa altura é independente do tamanho, material e forma do corpo que cai. No quadro da segunda “lei” de Newton, isso equivale à afirmação de que a força gravitacional que age em um corpo que cai é proporcional à sua massa, mas é independente de tamanho e forma do corpo que cai. [227]

A intenção da discussão precedente é nos lembrar que, primeiro, não é de forma alguma natural que existam “leis da natureza”, e muito menos que o homem seja capaz de descobri-las.⁶ O presente autor teve ocasião, há algum tempo atrás, de chamar a atenção para a sucessão de camadas de “leis da natureza”, cada camada contendo leis mais gerais e mais abrangentes do que a anterior, e cuja descoberta constitui uma penetração mais profunda na

⁽²⁾ WIGNER, E.P. (1949), “Invariance in physical theory”, *Proceedings of the American Philosophical Society* 93: 521-6. Reproduzido nas coletâneas mencionadas em nossa primeira nota de rodapé (*).

⁵ Ver, com relação a isso, o ensaio gráfico de DEUTSCH, M. (1958), “Evidence and inference in nuclear research”, *Daedalus* 87: 88-98. Abner Shimony [aluno de Wigner] me chamou a atenção para uma passagem semelhante em PEIRCE, C.S. (1957), *Essays in the philosophy of science*, Liberal Arts Press, Nova Iorque, p. 237 [trata-se da seção “On selecting hypotheses”, pp. 237-46, extraída de PEIRCE (1903), “How to theorize”].

⁶ E. SCHRÖDINGER, em seu *What is life?*, Cambridge U. Press, 1945, p. 31 [*O que é a vida?*, trad. J. Paula Assis & V.Y.K de Paula Assis, Ed. Unesp, São Paulo, 1977], diz que este segundo milagre pode estar para além da compreensão humana.

⁽³⁾ WIGNER, E.P. (1950), “The limits of science”, *Proceedings of the American Philosophical Society* 94: 422-7. Reproduzido nas coletâneas mencionadas em nossa primeira nota de rodapé (*). Ver também MARGENAU, H. (1950), *The nature of physical reality*, McGraw-Hill, Nova Iorque, cap. 8.

estrutura do universo do que com as camadas reconhecidas anteriormente.⁽³⁾ No entanto, o ponto mais significativo no presente contexto é que todas essas leis da natureza contêm, mesmo em suas mais remotas consequências, apenas uma pequena parte de nosso conhecimento a respeito do mundo inanimado. Todas as leis da natureza são enunciados condicionais que permitem uma previsão de alguns eventos futuros com base no conhecimento do presente, sendo que alguns aspectos do estado atual do mundo – na prática, a maioria esmagadora dos determinantes do estado atual do mundo – são irrelevantes do ponto de vista da previsão. Esta irrelevância refere-se ao segundo ponto da discussão sobre o teorema de Galileo.⁷

Com respeito ao estado atual do mundo – como a existência da terra na qual vivemos e onde Galileo realizou seus experimentos, a existência do sol e de tudo que nos rodeia – as leis da natureza permanecem totalmente caladas. É em consonância com isso, primeiramente, que as leis da natureza podem ser usadas para prever eventos futuros somente sob circunstâncias excepcionais – quando todos os determinantes relevantes do estado atual do mundo [as condições iniciais] forem conhecidos. É também em consonância com isso que a construção de máquinas constitui a mais espetacular realização do físico – máquinas cujo funcionamento pode ser antevisto por ele. Nessas máquinas, o físico cria uma situação na qual todas as coordenadas relevantes são conhecidas, de forma que o comportamento da máquina possa ser previsto. Radares e reatores nucleares são exemplos de tais máquinas.

O principal propósito da discussão precedente é salientar que as leis da natureza são todos enunciados condicionais e que elas se referem apenas a uma parte muito pequena do nosso conhecimento do mundo. Assim, a mecânica clássica, que é o protótipo melhor conhecido de teoria física, fornece as derivadas segundas das coordenadas posicionais de todos os corpos, [228] com base no conhecimento das posições, etc., desses corpos. Ela não fornece informação alguma sobre a existência desses corpos, nem sobre suas posições ou velocidades. Deve-se mencionar, no interesse da exatidão, que descobrimos há mais ou menos trinta anos [com a física quântica] que mesmo os enunciados condicionais não podem ser totalmente precisos: que os enunciados condicionais são leis de probabilidade que nos permitem apenas fazer apostas inteligentes sobre propriedades futuras do mundo inanimado, com base no conhecimento do estado presente. Eles não permitem que façamos enunciados categóricos, nem mesmo enunciados categóricos condicionados pelo estado presente do mundo. A natureza probabilística das “leis da natureza” também se manifesta no caso das máquinas, e pode ser verificado, pelo menos no caso de reatores nucleares, se eles funcionarem a uma potência muito baixa. Porém, a limitação adicional do escopo das leis da natureza⁸, que segue de sua natureza probabilística, não desempenhará papel algum no restante da discussão.

[4.] O Papel da Matemática nas Teorias Físicas

Tendo refrescado nossas mentes sobre a essência da matemática e da física, devemos estar numa melhor posição para examinar o papel da matemática nas teorias físicas.

Naturalmente, usamos a matemática no dia-a-dia da física, para avaliar os resultados das leis da natureza, para aplicar os enunciados condicionais às condições particulares que venham a prevalecer ou venham a nos interessar. Para que isso seja possível, as leis da natureza precisam já estar formuladas em linguagem matemática. No entanto, este papel de

⁷ Certamente é desnecessário mencionar que o teorema de Galileo, conforme apresentado no texto, não esgota o conteúdo das observações de Galileo com relação às leis da queda livre dos corpos.

⁸ Ver, por exemplo, E. Schrödinger, na referência (1) [acima].

avaliador das consequências de teorias já estabelecidas não é o papel mais importante da matemática na física. A matemática, ou melhor, a matemática aplicada, não é quem comanda a situação nesta função: ela está servindo meramente como um instrumento.

Todavia, a matemática desempenha um papel mais soberano na física. Isso já estava implícito na afirmação, feita quando se discutiu o papel da matemática aplicada, de que as leis da natureza precisam já estar formuladas em linguagem matemática para poderem ser um objeto de uso da matemática aplicada. A afirmação de que as leis da natureza estão escritas na linguagem da matemática foi feita propriamente há trezentos anos atrás⁹; hoje em dia ela é mais verdadeira do que nunca. Para mostrar a importância que os conceitos matemáticos possuem na formulação [229] das leis da física, recordemos, como exemplo, os axiomas da mecânica quântica, formulados explicitamente pelo grande matemático von Neumann⁽⁴⁾, ou implicitamente pelo grande físico Dirac⁽⁵⁾. Há dois conceitos básicos na mecânica quântica: estados e observáveis. Os estados são vetores no espaço de Hilbert, e os observáveis são operadores auto-adjuntos que atuam nesses vetores. Os valores possíveis das observações são os valores característicos dos operadores – mas é melhor pararmos por aqui, se não quisermos fazer uma lista dos conceitos matemáticos desenvolvidos na teoria dos operadores lineares.

É verdade, é claro, que a física escolhe certos conceitos matemáticos para a formulação das leis da natureza, e certamente apenas uma fração de todos os conceitos matemáticos é usada na física. É também verdade que os conceitos que foram escolhidos não foram arbitrariamente selecionados de uma listagem de termos matemáticos, mas foram desenvolvidos, em muitos senão em todos os casos, de maneira independente pelo físico, e só depois reconhecidos como tendo sido concebidos anteriormente pelo matemático. Porém, não é verdade, como muitas vezes se diz, que isso tinha que acontecer, porque a matemática usaria os conceitos mais simples possíveis e que estes estariam fadados a aparecer em qualquer formalismo. Conforme vimos anteriormente, os conceitos da matemática não são escolhidos por sua simplicidade conceitual – mesmo sequências de pares de números estão longe de ser os conceitos mais simples –, mas por sua receptividade a manipulações sagazes e a argumentos admiráveis e brilhantes. Não esqueçamos que o espaço de Hilbert da mecânica quântica é o espaço de Hilbert complexo, com um produto escalar hermitiano. Certamente, para a mente des preocupada, números complexos estão longe de ser naturais ou simples, e eles não podem ser sugeridos por observações físicas. Além disso, o uso de números complexos não é, neste caso, um truque de cálculo da matemática aplicada, mas é quase uma necessidade na formulação das leis da mecânica quântica. Enfim, começa agora a parecer que não só os números complexos estão destinados a desempenhar um papel decisivo na formulação da teoria quântica, mas também as chamadas funções analíticas. Refiro-me à teoria das relações de dispersão que está em franco desenvolvimento.

É difícil evitar a impressão de que um milagre nos confronta aqui, comparável em sua natureza notável ao milagre de que a mente humana consiga enunciar mil argumentos sem cair em contradição, ou aos dois milagres da existência das leis da natureza e da capacidade da mente humana de descobri-las. Do que eu conheço, a observação que mais se aproxima de uma explicação para o aparecimento de conceitos matemáticos na física é a afirmação de Einstein [230] de que as únicas teorias físicas que estamos dispostos a aceitar são as teorias belas. Resta argumentar que os conceitos da matemática, que convidam ao exercício de tanta sagacidade, tenham a qualidade da beleza. Porém, a observação de Einstein explica no

⁹ Ela é atribuída a Galileo.

⁽⁴⁾ VON NEUMANN, J. (1932), *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlim. Tradução para o inglês: Princeton U. Press, 1955.

⁽⁵⁾ DIRAC, P.A.M. (1947), *Quantum mechanics*, 3^a ed., Clarendon, Oxford.

máximo as propriedades de teorias nas quais estamos dispostos a acreditar, e não faz referência alguma à acurácia intrínseca da teoria. Tratemos então desta questão.

[5.] O Sucesso das Teorias Físicas é realmente Surpreendente?

Uma explicação possível para o uso que o físico faz da matemática para formular suas leis da natureza é que ele é uma pessoa um tanto irresponsável. Como resultado disso, quando ele encontra uma conexão entre duas grandezas que se assemelha a uma conexão bem-conhecida da matemática, ele salta à conclusão de que a conexão é aquela discutida na matemática, simplesmente porque ele não conhece nenhuma outra conexão semelhante. Não é a intenção da presente discussão refutar a acusação de que o físico é uma pessoa um tanto irresponsável. Talvez ele seja. No entanto, é importante salientar que a formulação matemática da experiência muitas vezes grosseira do físico leva, em um número excepcional de casos, a uma descrição espantosamente acurada de uma grande classe de fenômenos. Isso mostra que a linguagem matemática tem mais ao seu favor do que ser a única linguagem na qual conseguimos falar; isso mostra que ela é, num sentido muito real, a linguagem correta. Passemos a considerar alguns exemplos.

O primeiro exemplo é o bastante citado exemplo do movimento planetário. As leis da queda dos corpos tornaram-se razoavelmente bem estabelecidas como resultado de experimentos conduzidos principalmente na Itália. Esses experimentos não podiam ser muito acurados, no sentido em que hoje entendemos acurácia, em parte por causa do efeito da resistência do ar e em parte por causa da impossibilidade, àquela época, de medir intervalos de tempo curtos. Mesmo assim, não é surpreendente que, como resultado de seus estudos, os cientistas naturais italianos tenham adquirido uma familiaridade com as maneiras pelas quais objetos atravessam a atmosfera. Foi Newton quem então relacionou a lei da queda livre dos objetos com o movimento da lua; e percebeu que a parábola da trajetória de uma pedra arremessada na terra e o círculo da trajetória da lua no céu são casos particulares do mesmo objeto matemático, a elipse; e postulou a lei universal da gravitação com base em uma única coincidência numérica que na época era muito rudimentar. Filosoficamente, a lei da gravitação formulada por Newton era repugnante para sua época e para ele próprio. Empiricamente, ela [231] estava baseada em observações muito esparsas. A linguagem matemática na qual ela foi formulada continha o conceito de derivada segunda, e nós que já tentamos desenhar um círculo osculador a uma curva sabemos que a derivada segunda não é um conceito muito imediato. A lei da gravidade que Newton relutantemente estabeleceu, e que ele pôde verificar com uma acurácia de aproximadamente 4%, posteriormente se mostrou acurada numa porcentagem menor do que dez milésimos, e se tornou tão intimamente associada à ideia de acurácia absoluta que só recentemente os físicos se tornaram audaciosos o suficiente para investigar as limitações de sua acurácia.¹⁰ Certamente, o exemplo da lei de Newton, citado repetidas vezes, deve ser mencionado primeiro como um exemplo monumental de uma lei, formulada em termos que parecem simples para o matemático, que se mostrou acurada além de todas as expectativas razoáveis. Recapitulemos nossa tese com este exemplo: primeiro, a lei, particularmente porque uma derivada segunda aparece nela, é simples apenas para o matemático, não para o senso comum ou para o calouro sem formação matemática; em segundo lugar, ela é uma lei condicional de escopo muito limitado. Ela não explica nada sobre a terra que atrai a pedra de Galileo, ou sobre a forma circular da órbita lunar, ou sobre os planetas do sol. A explicação dessas condições iniciais é deixada para o geólogo e o astrônomo, e eles têm bastante trabalho com elas.

¹⁰ Ver, por exemplo, DICKE, R.H. (1959), “Gravitation – an enigma”, *American Scientist* 47: 25-40.

O segundo exemplo é o da mecânica quântica ordinária, elementar. Ela surgiu quando Max Born percebeu que algumas regras de cálculo dadas por Heisenberg eram formalmente idênticas às regras de cálculo com matrizes, estabelecidas muito tempo antes por matemáticos. Born, Jordan e Heisenberg então propuseram substituir as variáveis de posição e momento das equações da mecânica clássica por matrizes.⁽⁶⁾ Eles aplicaram as regras da mecânica matricial para alguns problemas muito idealizados e os resultados foram bastante satisfatórios. Porém, não havia na época uma evidência racional de que sua mecânica matricial se mostraria correta sob condições mais realistas. Eles inclusive escreveram: “se a mecânica aqui proposta se mostrar correta em seus traços essenciais”. De fato, a primeira aplicação de sua mecânica a um problema realista, o do átomo de hidrogênio, foi dado vários meses depois, por Pauli. Esta aplicação forneceu resultados que concordaram com a experiência. Isso era satisfatório, mas era algo até esperado, pois as regras de cálculo de Heisenberg foram abstraídas de [232] problemas que justamente incluíam a velha teoria do átomo de hidrogênio. O milagre ocorreu apenas quando a mecânica matricial, ou uma teoria matematicamente equivalente, foi aplicada a problemas para os quais as regras de cálculo de Heisenberg não faziam sem sentido. As regras de Heisenberg pressupunham que as equações clássicas de movimento tinham soluções com certas propriedades de periodicidade; e as equações de movimento dos dois elétrons do átomo de hélio, ou do número ainda maior de elétrons de átomos mais pesados, simplesmente não têm essas propriedades, de forma que as regras de Heisenberg não podem ser aplicadas nesses casos. Mesmo assim, o cálculo do nível de menor energia do hélio, feito há alguns meses atrás por Kinoshita em Cornell e por Bazley no Bureau of Standards, concorda com os dados experimentais dentro da acurácia das observações, que é uma parte em dez milhões. Com certeza, neste caso, conseguimos “tirar alguma coisa” que não tínhamos posto nas equações.

O mesmo é verdade das características qualitativas dos “espectros complexos”, ou seja, os espectros dos átomos mais pesados. Gostaria de recordar uma conversa com Jordan, que me disse, quando as características qualitativas do espectro foram derivadas, que um desacordo entre as regras derivadas da teoria quântica e as regras estabelecidas pela pesquisa empírica forneceriam a última oportunidade para se fazer uma modificação no quadro geral da mecânica matricial. Em outras palavras, Jordan sentiu que ficaríamos sem ação, pelo menos temporariamente, se um desacordo inesperado ocorresse na teoria do átomo de hélio. Tal teoria, naquela época, foi desenvolvida por Kellner e por Hilleraas. O formalismo matemático era claro demais e inalterável, de forma que se o milagre do hélio, mencionado anteriormente, não tivesse ocorrido, uma verdadeira crise teria surgido. Certamente, os físicos teriam superado a crise de uma maneira ou outra. Por outro lado, é verdade que a física, como a conhecemos hoje, não seria possível sem uma recorrência constante de milagres semelhantes ao do átomo de hélio, que é talvez o milagre mais admirável que ocorreu ao longo do desenvolvimento da mecânica quântica elementar, mas certamente não o único. De fato, o número de milagres análogos é limitado, segundo nosso ponto de vista, apenas por nossa disposição de ir atrás de mais casos semelhantes. A mecânica quântica teve, todavia, muitos outros sucessos quase tão notáveis, que nos deram a firme convicção de que ela é o que chamamos de correta.

O último exemplo é o da eletrodinâmica quântica, ou a teoria do deslocamento de Lamb. Ao passo que a teoria da gravitação de Newton ainda tinha [233] conexões óbvias com a experiência, no caso da formulação da mecânica matricial a experiência entrava apenas na forma refinada ou sublimada das prescrições de Heisenberg. A teoria quântica do

⁽⁶⁾ BORN, M. & JORDAN, P. (1925), “Zur Quantenmechanik”, *Zeitschrift für Physik* 34: 858-8. BORN, M.; HEISENBERG, W. & JORDAN, P. (1926), “Zur Quantenmechanik II”, *Zeitschrift für Physik* 35: 557-615. A frase citada ocorre neste último artigo, na p. 558. [Na verdade, ela aparece no último parágrafo do artigo.] [Traduções para o inglês em VAN DER WAERDEN, B.L. (org.) (1968), *Sources of quantum mechanics*, Dover, New York.]

deslocamento de Lamb, concebida por Bethe e estabelecida por Schwinger, é uma teoria puramente matemática e a única contribuição direta da experimentação foi mostrar a existência de um efeito mensurável. O acordo com o cálculo é melhor do que uma parte em mil.

Os três exemplos precedentes, que poderiam ser multiplicados quase indefinidamente, devem ilustrar a adequação e acurácia da formulação matemática das leis da natureza em termos de conceitos escolhidos por sua capacidade de serem manipulados – sendo que as “leis da natureza” têm uma acurácia quase fantástica, mas um escopo estritamente limitado. Proponho que se refira à observação que esses exemplos ilustram como a “lei empírica da epistemologia”. Juntamente com as leis de invariância das teorias físicas, ela é um fundamento indispensável para essas teorias. Sem as leis de invariância, não se poderia atribuir às teorias físicas qualquer fundamento de fato; se a lei empírica da epistemologia fosse incorreta, careceríamos de encorajamento e reafirmação, que são necessidades emotivas, sem as quais as “leis da natureza” não poderiam ter sido exploradas com sucesso. O Dr. R.G. Sachs, com quem discuti a lei empírica da epistemologia, chamou-a de um artigo de fé do físico teórico, e ela certamente o é. Todavia, o que ele chamou de nosso artigo de fé pode ser bem sustentado por exemplos concretos – há muitos exemplos além dos três que foram mencionados.

[6.] A Unicidade das Teorias da Física

A natureza empírica da observação precedente parece-me auto-evidente. Certamente não se trata de uma “necessidade de pensamento”, e para demonstrar isso nem seria necessário apontar para o fato de que ela se aplica apenas a uma parte muito pequena de nosso conhecimento do mundo inanimado. É absurdo acreditar que a existência de expressões matematicamente simples para a derivada segunda da posição seja auto-evidente, já que não há expressões semelhantes para a própria posição ou para a velocidade. É portanto surpreendente o quão facilmente a maravilhosa dádiva contida na lei empírica da epistemologia foi tida como óbvia. A habilidade da mente humana, mencionada anteriormente, de formar uma cadeia de 1000 conclusões e ainda assim se manter “correta” é uma semelhante dádiva. [234]

Toda lei empírica tem o traço inquietante de que não se conhecem suas limitações. Vimos que há regularidades nos eventos do mundo à nossa volta que podem ser formuladas em termos de conceitos matemáticos com uma acurácia excepcional. Por outro lado, há aspectos do mundo em relação aos quais não acreditamos que haja quaisquer regularidades exatas. Chamamos esses de condições iniciais. A questão que se apresenta é se as diferentes regularidades, ou seja, as várias leis da natureza que serão descobertas, se fundirão em uma unidade consistente única, ou se pelo menos se aproximarão assintoticamente desta fusão. De modo alternativo, é possível que sempre haja algumas leis da natureza que não tenham nada em comum entre si. Isso é verdadeiro hoje em dia, por exemplo, com relação às leis da hereditariedade e as da física. É até possível que algumas das leis da natureza entrem em conflito umas com as outras, com respeito às suas implicações, mas que cada uma permaneça suficientemente convincente em seu próprio domínio, de forma que não estejamos dispostos a abandonar nenhuma delas. Talvez tenhamos que nos resignar a tal estado de coisas, senão o nosso interesse em aclarar o conflito entre as várias teorias poderia se esvaír. Perderíamos interesse na “verdade última”, isto é, num retrato que seja a fusão consistente, numa única unidade, de pequenos retratos formados a partir dos vários aspectos da natureza.

Pode ser útil ilustrar as alternativas a partir de um exemplo. Temos hoje em dia, na física, duas teorias de grande poder e interesse: a teoria dos fenômenos quânticos e a teoria da

relatividade. Essas duas teorias têm suas raízes em grupos mutuamente exclusivos de fenômenos. A teoria da relatividade se aplica a corpos macroscópicos, como estrelas. O evento de coincidência, ou seja, em última análise o de colisão, é o evento primitivo na teoria da relatividade, e define um ponto no espaço-tempo, ou pelo menos definiria um ponto se as partículas colidentes fossem infinitamente pequenas. A teoria quântica tem suas raízes no mundo microscópico e, do seu ponto de vista, o evento de coincidência ou colisão, mesmo que ocorresse entre partículas sem extensão espacial, não é primitivo e de forma alguma nitidamente isolado no espaço-tempo. As duas teorias operam com conceitos matemáticos diferentes – o espaço de Riemann quadridimensional e o espaço de Hilbert de infinitas dimensões, respectivamente. Até hoje, as duas teorias não puderam ser unidas, ou seja, não há uma formulação matemática que tenha essas duas teorias como aproximações. Todos os físicos acreditam que uma união das duas teorias seja inerentemente possível e que a encontraremos. Mesmo assim, é possível também imaginar que nenhuma união das duas teorias [235] possa ser encontrada. Este exemplo ilustra as duas possibilidades mencionadas anteriormente, de união e de conflito, ambas as quais são concebíveis.

Para que se possa ter uma indicação de qual das alternativas finalmente esperar, podemos fingir ser um pouco mais ignorantes do que somos e nos colocar num nível de conhecimento mais baixo do que de fato possuímos. Se pudermos encontrar uma fusão de nossas teorias nesse nível inferior de inteligência, poderemos confiantemente esperar que encontraremos uma fusão de nossas teorias também no nível real de inteligência. Por outro lado, se chegássemos em teorias mutuamente contraditórias num nível um pouco inferior de conhecimento, a possibilidade de permanência de teorias conflitantes também não poderá ser excluída para nós. O nível de conhecimento e engenhosidade é uma variável contínua, e é improvável que uma variação relativamente pequena dessa variável contínua altere, de inconsistente para consistente, o retrato de mundo atingível.¹⁰ Considerado deste ponto de vista, é um fator adverso o fato de que algumas teorias, que sabemos serem falsas, dão resultados tão espantosamente acurados. Se tivéssemos um conhecimento um tanto menor, o grupo de fenômenos que essas teorias “falsas” explicam nos pareceria grande o suficiente para “demonstrar” essas teorias. No entanto, essas teorias são consideradas “falsas” por nós justamente pela razão de que elas são, em última análise, incompatíveis com retratos mais abrangentes e, se um número suficientemente grande de tais teorias falsas forem descobertas, elas estariam destinadas a se mostrarem também em conflito entre si. De maneira semelhante, é possível que as teorias, que consideramos “demonstradas” por um número de concordâncias numéricas que nos parece suficientemente grande, sejam falsas porque estão em conflito com uma possível teoria mais abrangente, que estaria para além de nossos meios de descoberta. Se isso fosse verdade, deveríamos esperar conflitos entre nossas teorias quando seu número crescesse além de um certo ponto, e quando elas cobrissem um número suficientemente grande de grupos de fenômenos. Por contraste ao artigo de fé do físico teórico, mencionado anteriormente, isso é o pesadelo do teórico. [236]

Consideremos alguns exemplos de teorias “falsas” que fornecem, tendo em vista sua falsidade, descrições alarantemente acuradas de grupos de fenômenos. Com alguma boa vontade, podem se descartar algumas das evidências que esses exemplos fornecem. O sucesso das primeiras ideias pioneiras de Bohr a respeito do átomo sempre foi um tanto estreito, e o mesmo se aplica aos epiciclos de Ptolomeu. Nosso ponto de vista atual fornece uma descrição acurada de todos os fenômenos que essas teorias mais primitivas podem descrever. O mesmo

¹⁰ Este trecho foi escrito após muita de hesitação. O autor está convencido de que seja útil, em discussões epistemológicas, abandonar a idealização que o nível de inteligência humana tenha uma posição singular numa escala absoluta. Em alguns casos pode até ser útil considerar o grau que é possível atingir no nível de inteligência de alguma outra espécie. Porém, o autor também reconhece que sua linha de raciocínio indicada no texto é muito breve e não está sujeita a uma avaliação suficientemente crítica para ser confiável.

não é mais verdade a respeito da chamada teoria do elétron livre, que fornece um retrato maravilhosamente acurado de muitas, senão a maioria, das propriedades de metais, semicondutores e isolantes. Em particular, ela explica o fato, nunca propriamente entendido com base na “teoria real”, que isolantes exibem uma resistência específica à eletricidade que pode ser 10^{26} maior do que aquela de metais. De fato, não há evidência experimental que mostre que a resistência não seja infinita nas condições em que a teoria do elétron livre nos levaria a esperar uma resistência infinita. Mesmo assim, estamos convencidos de que a teoria do elétron livre é uma aproximação grosseira que deve ser substituída por um retrato mais acurado, na descrição de todos os fenômenos concernentes a sólidos.

Visto do nosso ponto de observação real, a situação apresentada pela teoria do elétron livre é irritante, mas não parece ser o presságio de inconsistências que sejam insuperáveis para nós. A teoria do elétron livre levanta dúvidas sobre o quanto devemos confiar na concordância numérica entre teoria e experiência como evidência para a correção da teoria. Estamos acostumados com tais dúvidas.

Uma situação muito mais difícil e confusa surgiria se pudéssemos, algum dia, estabelecer uma teoria dos fenômenos da consciência, ou da biologia, que seria tão coerente e convincente quanto nossas teorias atuais sobre o mundo inanimado. As leis da hereditariedade de Mendel e o trabalho subsequente sobre genes pode muito bem ser o início de tal teoria, no que se refere à biologia. Além disso, é bem possível que um argumento abstrato possa ser encontrado que mostre que há um conflito entre tal teoria e os princípios aceitos da física. O argumento poderia ser de natureza tão abstrata que poderia não ser possível resolver o conflito, em favor de uma ou outra teoria, por meio de um experimento. Tal situação poria uma pesada tensão na fé que temos em nossas teorias, e na nossa crença na realidade dos conceitos que formamos. Ela nos daria um senso profundo de frustração em nossa busca pelo que chamei de “a verdade última”. A razão pela qual tal situação é concebível [237] é que, fundamentalmente, não sabemos porque nossas teorias funcionam tão bem. Assim, sua acurácia pode não ser a prova de sua verdade e consistência. De fato, é a crença do presente autor que algo semelhante à situação descrita acima existe se as atuais leis da hereditariedade e da física forem confrontadas.

Deixem-me encerrar num tom mais animado. O milagre de que a linguagem da matemática seja apropriada para a formulação das leis da física é uma maravilhosa dádiva que nós nem entendemos e nem merecemos. Devemos estar gratos por ela, e esperar que ela permaneça válida na pesquisa futura, e que ela possa se estender – para melhor ou para pior, para nosso prazer ou para nosso espanto – sobre vastos ramos do conhecimento.

O autor gostaria aqui de registrar sua dívida para com o Dr. M. Polanyi que, há muitos anos atrás, influenciou profundamente seu pensamento em problemas de epistemologia, e com V. Bargmann, cuja amistosa crítica foi importante para que se atingisse o mínimo de clareza que foi atingido. Ele também está muito agradecido a A. Shimony por ter revisto o presente artigo e por ter lhe chamado a atenção para os escritos de C.S. Peirce.